No. of Printed Pages—7

690 (MATH)

[19 HRGPKOW–D1S(N)20F]

BA 1st Semester (New) Exam., 2019 (W)

MATHEMATICS

[GMAP S1–01]

(Classical Algebra and Trigonometry)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. *(a)* Answer the following questions : 1×8=8

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখক :

(i) If , , be the roots of the equation ax^3 bx^2 cx d 0, then write down the value of .

ax^3 bx^2 cx d 0 সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা , , হ'লে ৰ মান লিখক।

(ii) What is the maximum number of negative roots of the following equation?

তলৰ সমীকৰণটোৰ সৰ্বোচ্চ ঋণাত্মক মূলৰ সংখ্যা কি হ'ব ?

$$x^4 \quad 2x^2 \quad 3x \quad 1 \quad 0$$

(iii) Show that

দেখুৱাওক যে

$$\frac{1}{a^2} \quad \frac{1}{b^2} \quad \frac{2}{ab}$$

(iv) Without expanding, find the value of the following determinant :

প্ৰসাৰণ নকৰাকৈ তলৰ নিশ্চায়কটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰক :

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$$

(v) Give an example of a skew-symmetric matrix.
এটা বিষম-সমমিতি মৌলকক্ষৰ উদাহৰণ দিয়ক।

(vi) Find the rank of the following matrix :
তলৰ মৌলকক্ষটোৰ কোটি উলিয়াওক :

$$A \quad \begin{matrix} 2 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{matrix}$$

(vii) Is the following system of linear equations consistent?
তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীটো সুসংগত হয়নে?

$$x \quad 3y \quad 6, \; 3x \quad 9y \quad 18$$

(viii) Write down the characteristic matrix of the following matrix A :
নিম্ন প্ৰদত্ত A মৌলকক্ষটোৰ আভিলক্ষণিক মৌলকক্ষটো লিখক :

$$A \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}$$

(b) Choose the correct answer : 1×4=4
শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিয়াওক :

(i) If (যদি)

$$A \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{matrix} \quad \text{and (আৰু) } B \quad \begin{matrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{matrix}$$

then (তেনেহ'লে)

(1) AB is of order 3 2
ABৰ ক্ৰম 3 2

(2) AB is of order 2 3
ABৰ ক্ৰম 2 3

(3) AB is of order 2 2
ABৰ ক্ৰম 2 2

(4) AB is of order 3 3
ABৰ ক্ৰম 3 3

(ii) If –2 and 1 are two eigenvalues of

$$A = \begin{matrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{matrix}$$

then the third eigenvalue is

$$A = \begin{matrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{matrix}$$

মৌলকক্ষটোৰ দুটা আইগেন মান –2 আৰু 1 হ'লে, তৃতীয় আইগেন মানটো হ'ল

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) 3

(iii) The value of

$$\frac{(\cos \quad i\sin)^2}{(\cos \quad i\sin)^2}$$

is

$\frac{(\cos \quad i\sin)^2}{(\cos \quad i\sin)^2}$ ৰ মান হ'ল

(1) $\cos 4 \quad i\sin 4$

(2) $\sin 4 \quad i\cos 4$

(3) $\cos 4 \quad i\sin 4$

(4) $\sin 4 \quad i\cos 4$

(iv) The value of $e^{i} \quad e^{\ i}$ is

$e^{i} \quad e^{\ i}$ ৰ মান হ'ল

(1) $2\sin$

(2) $2\cos$

(3) $2i\sin$

(4) $2i\cos$

(c) Fill in the blanks : 1×4=4

খালী ঠাঁই পূৰ কৰক :

(i) If , , be the roots of x^3 x^2 x 1 0, then the value of ^{2} is _____.

x^3 x^2 x 1 0 সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা , , হ'লে ^{2} হ'ব _____।

(ii) In the expansion of sin in ascending powers of , the *n*th term is _____.

sin ক ৰ ঊৰ্ধ্বক্ৰমৰ ঘাতত বিস্তাৰ কৰিলে, *n*তম পদটো হ'ব _____।

(iii) The value of $\log_e(x \quad iy)$ is $\frac{1}{2}\log_e(x^2 \quad y^2)$ _____.

$\log_e(x \quad iy)$ৰ মান হ'ল $\frac{1}{2}\log_e(x^2 \quad y^2)$ _____.

(iv) If 1 x 1, then the sum of the series $x \quad \frac{x^3}{3} \quad \frac{x^5}{5} \quad \cdots$ is _____.

1 x 1 হ'লে, $x \quad \frac{x^3}{3} \quad \frac{x^5}{5} \quad \cdots$ শ্ৰেণীটোৰ যোগফল হ'ব _____।

2. Answer any *five* of the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো **পাঁচটাৰ** উত্তৰ লিখক :

(a) Find the minimum number of complex roots of the following equation :

তলৰ সমীকৰণটোৰ ন্যূনতম জটিল মূলৰ সংখ্যা উলিয়াওক :

$$2x^7 \quad x^4 \quad 4x^3 \quad 5 \quad 0$$

(b) Prove that for a 0, b 0, c 0 and a, b, c unequal

$$a^2 \quad b^2 \quad c^2 \quad ab \quad bc \quad ca$$

যদি a 0, b 0, c 0 আৰু a, b, c অসমান, তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰক যে

$$a^2 \quad b^2 \quad c^2 \quad ab \quad bc \quad ca$$

(c) If

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 4 & x \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{vmatrix} \quad 0$$

then find the value of x.

যদি

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 4 & x \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{vmatrix} \quad 0$$

তেনেহ'লে xৰ মান নিৰ্ণয় কৰক।

(d) If

$$A \quad \begin{matrix} 0 & i \\ i & 0 \end{matrix}$$

where $i \quad \sqrt{1}$, show that A^2 is a unit matrix.

যদি

$$A \quad \begin{matrix} 0 & i \\ i & 0 \end{matrix}$$

আৰু $i \quad \sqrt{1}$, দেখুৱাওক যে A^2 এটা একক মৌলকক্ষ।

(e) Find the eigenvalues of the following matrix A :

নিম্ন প্ৰদত্ত A মৌলকক্ষটোৰ আইগেন মান নিৰ্ণয় কৰক :

$$A \quad \begin{matrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{matrix}$$

(f) Prove that

প্ৰমাণ কৰক যে

$$\log(1 \quad \cos 2 \quad i\sin 2) \quad \log(2\cos) \quad i$$

3. Answer any *six* of the following questions : 4×6=24

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো **ছয়টাৰ** উত্তৰ লিখক :

(a) If , , be the roots of $x^3 \quad px^2 \quad qx \quad r \quad 0$, then find the value of .

$x^3 \quad px^2 \quad qx \quad r \quad 0$ সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা , , হ'লে ৰ মান নিৰ্ণয় কৰক।

(b) Prove that

প্রমাণ কৰক যে

$$\{\tfrac{1}{2}(n \quad 1)\}^{n} \quad n!$$

(c) Prove that

প্রমাণ কৰক যে

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \quad (a \quad b)(b \quad c)(c \quad a)$$

(d) For the matrices A and B given below, verify that $(A \ B) \quad B \quad A$:

নিম্ন প্ৰদত্ত A আৰু B মৌলকক্ষ দুটাৰ ক্ষেত্ৰত সত্যাপন কৰক যে, $(A \ B) \quad B \quad A$:

$$A \begin{matrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{matrix}, B \begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{matrix}$$

(e) Using elementary row operations, find $A^{\ 1}$ for the given matrix A :

প্ৰাথমিক শাৰী প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়ত প্ৰদত্ত A মৌলকক্ষটোৰ বাবে $A^{\ 1}$ নিৰ্ণয় কৰক :

$$A \begin{matrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{matrix}$$

(f) Solve the following equations using Cramer's rule :

ক্ৰেমাৰ'ৰ নীতি প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণকেইটা সমাধান কৰক :

$$\begin{matrix} x & y & z & 6 \\ x & y & z & 2 \\ 2x & y & z & 1 \end{matrix}$$

(g) Prove that

প্ৰমাণ কৰক যে

$$\log(\ 3) \quad \log 3 \quad i$$

4. Answer any *five* of the following questions : 6×5=30

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো **পাঁচটাৰ** উত্তৰ লিখক :

(a) Solve :

সমাধান কৰক :

$$x^3 \quad 21x \quad 344 \quad 0$$

(b) Verify the Cayley-Hamilton theorem for the following matrix A :

নিম্ন প্ৰদত্ত A মৌলকক্ষটোৰ ক্ষেত্ৰত কেলি-হেমিল্টন উপপাদ্যটো সত্যাপন কৰক :

$$A \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{matrix}$$

(c) Prove that

প্ৰমাণ কৰক যে

$$(a \quad ib)^n \quad (a \quad ib)^n \quad (a^2 \quad b^2)^{n/2} \cos\{n \tan^{\ 1}(\tfrac{b}{a})\}$$

(d) If (যদি)

$$x \quad \frac{2}{1!} \quad \frac{4}{3!} \quad \frac{6}{5!} \quad \cdots$$

and (আৰু)

$$y \quad 1 \quad \frac{2}{1!} \quad \frac{2^3}{3!} \quad \frac{2^5}{5!} \quad \cdots$$

then show that $x^2 \quad y$.

তেনেহ'লে দেখুৱাওক যে $x^2 \quad y$.

(e) If (যদি) $\cosh(\quad i\ ) \quad x \quad iy$, show that (দেখুৱাওক যে)

(i) $\dfrac{x^2}{\cosh^2} \quad \dfrac{y^2}{\sinh^2} \quad 1$

(ii) $\dfrac{x^2}{\cos^2} \quad \dfrac{y^2}{\sin^2} \quad 1$

(f) State and prove Gregory's series.

গ্ৰেগৰিৰ শ্ৰেণীটো লিখক আৰু প্ৰমাণ কৰক।

★ ★ ★