অধ্যায় ১২ ঃ মিশ্রিত গণিত (COMBINATORICS)

অধ্যায় গাঁথনি

১২.১ উদ্দেশ্য
১২.২ পৰিচয়
১২.৩ যোগৰ নিয়ম
১২.৪ পূৰণৰ নিয়ম
১২.৫ বিন্যাস
১২.৬ দল
১২.৭ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ
১২.৮ অধিক জানিবলৈ
১২.৯ অগ্রগতিৰ খতিয়ান
১২.১০ আৰ্হি প্রশ্ন

১২.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- যোগৰ নিয়ম সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- পূৰণৰ নিয়ম সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- বিন্যাস সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- দল (বা জোঁট) সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

১২.২ পৰিচয়

মিশ্রিত গণিত (Combinatorics) বিচ্ছিন্ন গণিতৰ (discrete mathematics) এটা প্রয়োজনীয় শাখা। নির্দিষ্ট নিয়মৰ অধীনত এটা সসীম সংগ্রহৰ উপাদানবোৰ সজোৱা বা বাছি উলিওৱাৰ উপায় সম্বন্ধে ইয়াত আলোচনা কৰা হয়, অর্থাৎ বিন্যাস (permutation) আৰু দল বা জোঁটৰ (combination) প্রশ্ন সম্বন্ধে ইয়াত আলোচনা কৰা হয়। কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানত মিশ্রিত গণিত বহুলভাৰে ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

১২.৩ যোগৰ নিয়ম (বা বিয়োজক নিয়ম) (THE RULE OF SUM OR DISJUNCTIVE RULE)

এটা কাম A কৰিবলৈ n_1 টা উপায় আছে আৰু এইবোৰতকৈ পৃথক, আন এটা কাম B কৰিবলৈ n_2 টা উপায় আছে, তেনেহ'লে A বা B কৰিবলৈ n_1+n_2 টা উপায় আছে। এই ক্ষেত্রত

দুয়োটা কাম একেলগে কৰিব পৰা নাযায়।

টোকা ঃ এই নিয়মটো সসীম সংখ্যক কামলৈ সম্প্রসাৰণ কৰিব পাৰি। যদি r টা কাম n_1, n_2, ..., n_r টা উপায়ে কৰিব পাৰি আৰু যদি কামকেইটা একেলগে কৰিব নোৱাৰি, তেনেহ'লে এই r টা কামৰ যিকোনো এটা $n_1+n_2+n_3 \ldots + n_r$ টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ 1 ঃ এটা শ্ৰেণীত 26 জন ল'ৰা আৰু 28 জনী ছোৱালী আছে। শ্ৰেণী প্ৰতিনিধি হিচাপে এজন ছাত্ৰক বছাৰ উপায় নিৰ্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ এজন ল'ৰা 26 টা উপায়ে বাছিব পাৰি (26 জন ল'ৰাৰ যিকোনো এজনক আমি বাছিব পাৰোঁ।)। এজনী ছোৱালী 28 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

$\therefore$ এজন ছাত্ৰ (ল'ৰা বা ছোৱালী, উভয়ে নহয়) 26+28 অৰ্থাৎ 54 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

উদাহৰণ 2 ঃ এটা পুথিভঁৰালত 30 খন গণিতৰ কিতাপ আৰু 25 খন বিজ্ঞানৰ কিতাপ আছে। এখন গণিতৰ কিতাপ বা এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ কিমানটা উপায়ে বাছিব পাৰি?

সমাধান ঃ আমি এখন কিতাপ বাছিব লাগে, এখন গণিতৰ কিতাপ বা এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ।

এখন গণিতৰ কিতাপ 30 টা উপায়ে বাছিব পাৰি। এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ 25 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

$\therefore$ এখন গণিতৰ কিতাপ বা এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ 30+25 অৰ্থাৎ 55 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

উদাহৰণ 3 ঃ এবাৰ তাচৰ পৰা এখন হৰতন (heart) বা এখন চিৰটন (club) কিমানটা উপায়ে বাছিব পাৰি?

সমাধান ঃ এবাৰ তাচত 52 খিলা তাচপাত থাকে। ইয়াৰে 13 খন হৰতন (hearts), 13 খন ৰোহিতন (diamonds), 13 খন চিৰটন (clubs) আৰু 13 খন ইস্কাপন (spades)।

$\therefore$ এখন হৰতন 13 টা উপায়ে বাছিব পাৰি। এখন চিৰটন 13 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

$\therefore$ এখন হৰতন বা এখন চিৰটন 13+13 অৰ্থাৎ 26 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

১২.৪ পূৰণৰ নিয়ম (বা আনুক্ৰমিক নিয়ম) (THE RULE OF PRODUCT OR SEQUENTIAL RULE)

যদি এটা কাম দুটা ক্ৰমিক ধাপত সম্পন্ন কৰিব পাৰি আৰু প্ৰথম ধাপটো n_1 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, আৰু দ্বিতীয় ধাপটো n_2 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, তেনেহ'লে কামটো $n_1 \times n_2$ টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

টোকা ঃ এই নিয়মটো সসীম সংখ্যক কামলৈ সম্প্রসাৰণ কৰিব পাৰি। যদি এটা কাম r টা ক্ৰমিক ধাপত সম্পন্ন কৰিব পাৰি, আৰু প্ৰথম ধাপটো n_1 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, দ্বিতীয় ধাপটো n_2 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, আৰু এইদৰে r তম ধাপটো n_r টা উপায়ে কৰিব পাৰি, তেনেহ'লে কামটো $n_1 \times n_2 \times \ldots\ldots\ldots \times n_r$ টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ 4 ঃ এটা শ্ৰেণীত 25 জন ল'ৰা আৰু 20 জনী ছোৱালী আছে। এজন শিক্ষকে এজন ল'ৰা আৰু এজনী ছোৱালী বাছিব বিচাৰিলে। তেওঁ কিমানটা উপায়ে কামটো কৰিব পাৰিব?

সমাধান ঃ এজন ল'ৰা 25 টা উপায়ে বাছিব পাৰি। এজনী ছোৱালী 20 টা উপায়ে বাছিব পাৰি। গতিকে, প্ৰথম ধাকটো (অৰ্থাৎ এজন ল'ৰা বাছি উলিওৱা কামটো) 25 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, দ্বিতীয় ধাপটো (অৰ্থাৎ এজনী ছোৱালী বাছি উলিওৱা কামটো) 20 টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

$\therefore$ এজন ল'ৰা আৰু এজনী ছোৱালী 25×20 অৰ্থাৎ 500 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

উদাহৰণ 5 ঃ দুটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা কিমান?

সমাধান ঃ এককৰ স্থানটো 5 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 3, 5, 7, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)। দহকৰ স্থানটো 9 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)। গতিকে, প্ৰথম ধাপটো 5 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, দ্বিতীয় ধাপটো 9 টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

$\therefore$ কামটো 5×9 অৰ্থাৎ 45 টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

$\therefore$ দুটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা 45.



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ১

প্ৰশ্ন নং ১ঃ 24 জন পুৰুষ আৰু 12 গৰাকী মহিলাৰ মাজৰ পৰা এজন পুৰুষ বা এগৰাকী মহিলা বাছি উলিয়াব লাগে। কিমানটা উপায়ে এইটো কৰিব পৰা যাব?

প্ৰশ্ন নং ২ঃ এটা শ্ৰেণীত 24 জন ল'ৰা আৰু 12 জনী ছোৱালী আছে। এজন শিক্ষকে এজন ল'ৰা আৰু এজনী ছোৱালী বাছি উলিয়াব বিচাৰিলে। কিমানটা উপায়ে কামটো কৰিব পৰা যাব?

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ দুটা অংকবিশিষ্ট যুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ তিনিটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ তিনিটা অংকবিশিষ্ট যুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ চাৰিটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৭ঃ চাৰিটা অংকবিশিষ্ট যুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৮ঃ এটা পুথিভঁৰালত 40 খন গণিতৰ কিতাপ আৰু 28 খন বিজ্ঞানৰ কিতাপ আছে। কিমানটা উপায়ে এখন গণিতৰ বা এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ বাছিব পৰা যাব?

প্ৰশ্ন নং ৯ঃ এটা পুথিভঁৰালত 40 খন গণিতৰ কিতাপ আৰু 28 খন বিজ্ঞানৰ কিতাপ আছে। কিমানটা উপায়ে এখন গণিতৰ আৰু এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ বাছিব

পৰা যাব?

প্রশ্ন নং ১০ঃ এটা ডাঙৰ হলত (hall) 12 খন দুৱাৰ আছে। এজন মানুহে কিমানটা উপায়ে এখন দুৱাৰেৰে সোমাই আন এখন বেলেগ দুৱাৰেৰে ওলাব পাৰে?

প্রশ্ন নং ১১ঃ গুৱাহাটী আৰু ডিব্রুগড়ৰ মাজত 15 খন বাছ চলাচল কৰে। এজন মানুহে কিমানটা উপায়ে গুৱাহাটীৰ পৰা ডিব্রুগড়লৈ গৈ বেলেগ এখন বাছেৰে ঘূৰি আহিব পাৰে?

প্রশ্ন নং ১২ঃ এটা শাৰীত (queue) 7 জন ছাত্র কিমানটা উপায়ে থিয় হ'ব পাৰে?

প্রশ্ন নং ১৩ঃ এজন মানুহৰ হাতত 6 খন চিঠি আৰু চিঠি ডাকত দিবলৈ তিনিটা চিঠিৰ বাকছ আছে। মানুহজনে কিমানটা উপায়ে চিঠিকেইখন প'ষ্ট কৰিব পাৰে?

প্রশ্ন নং ১৪ঃ তিনিটা পুৰস্কাৰ 6 জন ছাত্রৰ মাজত কিমানটা উপায়ে বিতৰণ কৰিব পাৰি, যদি প্রতিটো পুৰস্কাৰৰ বাবে প্রতিজন ছাত্রই অর্হতাসম্পন্ন?

প্রশ্ন নং ১৫ঃ এজন অনুজ্ঞা ফলকত ইংৰাজী বর্ণমালাৰ দুটা পৃথক আখৰ আৰু তাৰ ঠিক পাছত চাৰিটা পৃথক অংক আছে। কিমানকেইখন অনুজ্ঞা ফলক প্রস্তুত কৰিব পৰা যাব?

প্রশ্ন নং ১৬ঃ এখন প্রশ্ন কাকতত দহটা সঁচা-মিছা (true-false) লিখিব লগা প্রশ্ন আছে। এজন পৰীক্ষার্থীয়ে কিমানটা উপায়ে প্রশ্নকেইটাৰ উত্তৰ কৰিব পাৰে?

প্রশ্ন নং ১৭ঃ 5 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিৰপৰা 7 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতি লৈ কিমানটা ফলন আছে?

প্রশ্ন নং ১৮ঃ 7 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিৰ পৰা 5 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতি লৈ কিমানটা ফলন আছে?

প্রশ্ন নং ১৯ঃ 5 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিৰ পৰা 7 টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিলৈ কিমানটা একৈকী ফলন আছে?

প্রশ্ন নং ২০ঃ m টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিৰ পৰা n টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিলৈ কিমানটা একৈকী ফলন আছে?

প্রশ্ন নং ২১ঃ ইংৰাজী বর্ণমালাৰ আখৰ ব্যৱহাৰ কৰি সাতটা বর্ণযুক্ত কিমানটা পেলিনড্র'ম সাজিব পাৰি, যদিহে এটা বর্ণ দুবাৰতকৈ বেছি ব্যৱহাৰ কৰা নহয়?

১২.৫ বিন্যাস (PERMUTATION)

ধৰাহ'ল এটা সংহতিত n টা পৃথক মৌল আছে। সংহতিটোৰ r টা মৌলৰ এটা ক্রমিত সজ্জাক (ordered arrangement) বিন্যাস (বা n টা মৌলৰ r বিন্যাস) বোলা হয়, $r \leq n$.

প্রতীকৰ সহায়ত ইয়াক এনেদৰে বুজোৱা হয় ${}^nP_r$, বা P(n, r), বা $P\binom{n}{r}$.

উপপাদ্য ঃ (পুনৰুক্তি নোহোৱাকৈ r-বিন্যাসৰ সংখ্যা) n টা বিভিন্ন বস্তুৰ r-বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ল

$P(n, r) = n(n-1)\, n(-2) \ldots\ldots (n-r+1)$

$$= \frac{n!}{(n-r)!},\ r \le n$$

প্রমাণ ঃ প্রথমটো বস্তু n টা বিভিন্ন উপায়ে বাছিব পাৰি। গতিকে (n-1) টা বস্তু বাকী থাকিল। গতিকে, দ্বিতীয় বস্তুটো (n-1) টা উপায়ে বাছিব পাৰি। সেইদৰে, তৃতীয় বস্তুটো (n-2) টা উপায়ে বাছিব পাৰি। এনেদৰে শেষৰ বস্তুটো, অর্থাৎ r -তম বস্তুটো (n-r+1) টা উপায়ে বাছিব পাৰি। ফলস্বৰূপে, পূৰণৰ নিয়ম অনুসৰি, ক্রমিত সজ্জাৰ সংখ্যা হ'ল n(n-1)(n-2) . . . . (n-r+1) গতিকে

$P(n, r) = n(n-1)(n-2) \ldots\ldots (n-r+1)$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\ldots..(n-r+1)(n-r)(n-r-1)\ldots..3.2.1}{(n-r)(n-r-1)\ldots.\ 3.2.1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}$$

টোকা ঃ $P(n,n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!,\ 0!=1$

উদাহৰণ 6 ঃ P(n, 4) = 360 হ'লে, n অৰ মান নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ P (n, 4) = 360

বা, $\frac{n!}{(n-4)!} = 360$

বা, $\frac{n(n-1)(n-2)(4-3)(n-4)!}{(n-4)!} = 360$

বা, n(n-1)(n-2)(n-3) = 6 x 5 x 4 x 3

$\therefore$ n = 6

টোকা ঃ বাওঁপক্ষ চাৰিটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল। সেইবাবে, সোঁপক্ষকো চাৰিটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল হিচাবে প্রকাশ কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 7 ঃ 1, 2, 3, 5, 7, 8 এই ছয়টা অংকৰপৰা কিমানটা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰিব নোৱাৰি?

সমাধান ঃ চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যাৰ সংখ্যা

= ছয়টা বস্তুৰ (অংকৰ) 4-বিন্যাসৰ সংখ্যা

= P (6, 4)

$= \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!}$ = 6 x 5 x 4 x 3 = 360

উদাহৰণ 8 ঃ 10 খন পৰীক্ষাৰ উত্তৰৰ বহী কেনেদৰে সজাব পাৰি যদি আটাইতকৈ ভাল আৰু

আটাইতকৈ বেয়াখন সদায় একেলগে থাকে?

সমাধান ঃ আটাইতকৈ ভাল আৰু আটাইতকৈ বেয়াখন একেলগে আছে। গতিকে আমি দুয়োখনকে, এখন বুলি ধৰিব পাৰোঁ। তেনেস্থলত 10 টা বস্তুৰ ঠাইত 9 টা বস্তু হ'ব। এই ক্ষেত্ৰত মুঠ উপায় হ'ব $^{9}P_{9}$ অৰ্থাৎ 9!.

আকৌ, আটাইতকৈ ভাল আৰু আটাইতকৈ বেয়াখনক নিজৰ মাজত 2! টা উপায়ে সজাব পাৰি।

∴ উলিয়াব লগীয়া মুঠ উপায়।

$= 9! \times 2!$

$= 725760.$



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ২

প্ৰশ্ন নং ১ঃ তিনিজন মানুহ এখন ৰে'লগাড়ীত উঠিল। তাত ছয়খন আসন খালী আছে। মানুহকেইজন কিমান উপায়ে আসন কেইখনত বহিব পাৰিব?

প্ৰশ্ন নং ২ঃ এজন মানুহে 6 জন মানুহক নিমন্ত্ৰণ কৰিবলগীয়া হ'ল। নিমন্ত্ৰণী পত্ৰ পঠিয়াবলৈ তিনিজন পত্ৰবাহক আছে। মানুহজনে কিমানটা উপায়ে নিমন্ত্ৰণী পত্ৰ পঠিয়াব পাৰিব?

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ এটা পৰীক্ষাত 5 টা পুৰস্কাৰ 20 জন পৰীক্ষাৰ্থীক দিব লাগে। যদি এজন পৰীক্ষাৰ্থীয়ে মাত্ৰ এটা পুৰস্কাৰহে পাব পাৰে, কিমানটা উপায়ে পুৰস্কাৰবোৰ বিতৰণ কৰিব পৰা যাব?

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ 1, 2, 3, 4, 5 অংককেইটাৰ পৰা 100 আৰু 1000-অৰ মাজৰ কিমানটা সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি? 100 আৰু 10,000 অৰ মাজৰ সংখ্যাৰ সংখ্যা কিমান?

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ 1, 2, 3, 5, 7, 8 অংককেইটাৰ পৰা কিমানটা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট যুগ্ম সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰা নহয়?

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ 1, 2, 3, 5, 7, 8 অংককেইটাৰ পৰা কিমানটা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট অযুগ্ম সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰা নহয়?

প্ৰশ্ন নং ৭ঃ 1, 2, 3, 5, 7, 8 অংককেইটাৰ পৰা 5 এৰে বিভাজ্য কিমানটা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰা নহয়?

প্ৰশ্ন নং ৮ঃ 10 খন পৰীক্ষাৰ উত্তৰৰ বহী কেনেদৰে সজাব পাৰি যদি আটাইতকৈ ভাল আৰু আটাইতকৈ বেয়াখন কেতিয়াও একেলগে নাথাকে?

প্রশ্ন নং ৯ঃ মিষ্টাৰ X -অৰ 4 খন গণিতৰ কিতাপ, 3 খন পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ কিতাপ আৰু 5 খন অৰ্থবিজ্ঞানৰ কিতাপ আছে। এটা বুক-শ্বেল্‌ফত তেওঁ কিতাপবোৰ কিমান প্ৰকাৰে সজাব পাৰে যদি প্ৰতিটো বিষয়ৰ কিতাপবোৰ একেলগে থাকে আৰু কিতাপবোৰ এই ক্ৰমত থাকে আৰু কিতাপবোৰ এই ক্ৰমত থাকে, গণিত, পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান, অৰ্থবিজ্ঞান।

প্রশ্ন নং ১০ঃ TRIANGLE শব্দটোৰ আখৰবোৰ কিমানটা উপায়ে সজাব পাৰি যদি প্ৰতিটো সজ্জা T ৰে আৰম্ভ হয় আৰু E-ৰে শেষ হয়?

১২.৬ দল বা জোঁট (COMBINATION)

ধৰা হ'ল এটা সংহতিত n টা পৃথক মৌল আছে। সংহতিটোৰ r টা মৌলৰ এটা অক্রমিত বাছনিক (Unordered selection) দল (বা n টা মৌলৰ r-দল) বোলা হয়, $r \le n$.

প্রতীকৰ সহায়ত ইয়াক এনেদৰে বজোৱা হয় ${}^nC_r$ বা C(n, r) বা $C(n_r)$

উপপাদ্য ঃ (পুনৰুক্তি নোহোৱাকৈ r-দলৰ সংখ্যা) n টা বিভিন্ন বস্তুৰ r -দলৰ সংখ্যা হ'ল

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{n!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad r \le n$$

প্রমাণ ঃ r-দল বুলি ক'লে আমি বুজোঁ n টা বিভিন্ন বস্তুৰ পৰা r টা বস্তুৰ এটা অক্রমিত বাছনি।

প্রত্যেক r-দলত r টাকৈ বস্তু আছে। এই r টা বস্তুক সিহঁতৰ মাজত ${}^rP_r$ অৰ্থাৎ r! উপায়ে সজাব পাৰি। গতিকে, প্রতিটো r-দলৰ পৰা r! টা বিন্যাস পোৱা যাব।

$\therefore$ C(n, r) টা দলৰ পৰা C(n, r) r! টা বিন্যাস পোৱা যাব।

আমি জানো যে n টা বিভিন্ন বস্তুৰ r-বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ল P(n, r).

$\therefore$ C (n, r) r ! = P (n, r)

বা, $C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!}$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

টোকা ঃ $C(n, n) = \frac{n!}{n!(n-n)!} = 1, \ 0.! = 1$

উপপাদ্য ঃ C(n, r) = C(n, n-r), $r \le n$

প্রমাণ ঃ যদি n টা বস্তুৰ পৰা r টা বস্তু বছা যায়, তেনেহ'লে (n-r) বস্তু বাকী থাকিব।

গতিকে, n টা বস্তুৰ পৰা r টা বস্তু বছাৰ অৰ্থ হ'ল (n-r) টা বস্তু বাদ দিয়া।

গতিকে, প্রত্যেক r-দলৰ অনুৰূপে এটা (n-r) দল আছে।

$\therefore$ C(n, r) = C(n, n-r)

উপপাদ্য ঃ (পাস্কেলৰ অভেদ)

$C(n+1, r) = C(n, r) + C(n, r-1)$, $r \le n$

প্রমাণ ঃ (n+1) টা মৌলবিশিষ্ট এটা সসীম সংহতি A লোৱা হ'ল।

ধৰা হ'ল B, A ৰ এটা উপসংহতি আৰু ধৰা হ'ল B ৰ মৌলৰ সংখ্যা n.

ধৰা হ'ল $p \in A$ যাতে $p \notin B$

স্পষ্টতঃ $A = B \cup \{p\}$

গতিকে A ৰ প্রতিটো r মৌলবিশিষ্ট উপসংহতি হয় B ৰ এটা r মৌলবিশিষ্ট উপসংহতি নতুবা B ৰ এটা (r-1) মৌলবিশিষ্ট উপসংহতি আৰু একমৌল সংহতি {p}ৰ মিলন।

প্রথম ক্ষেত্রত, উপসংহতিৰ সংখ্যা C(n, r); আনহাতেদি দ্বিতীয় ক্ষেত্রত উপসংহতিৰ সংখ্যা C(n, r-1).

$\therefore$ A ৰ r টা মৌলবিশিষ্ট উপসংহতিৰ সংখ্যা C(n, r) + C(n, r-1).

কিন্তু আমি জানো যে A ৰ r টা মৌলবিশিষ্ট উপসংহতিৰ সংখ্যা C(n+1, r).

$\therefore$ C(n+1, r) = C(n, r) + C(n, r-1).

টোকা ঃ ব্লেইজ পাস্কেল (Blaise pascal) আছিল সপ্তদশ শতিকাৰ এজন বিখ্যাত ফৰাচী গণিতজ্ঞ।

উদাহৰণ 9 ঃ 9 জন ভদ্রলোক আৰু 6 গৰাকী মহিলাৰ পৰা 6 জন ভদ্রলোক আৰু 3 গৰাকী মহিলাৰে কিমান কমিটী গঠন কৰিব পৰা যাব?

সমাধান ঃ 9 জন ভদ্রলোকৰ পৰা ${}^9C_6$ টা উপায়ে 6 জনীয়া ভদ্রলোকৰ দল গঠন কৰিব পাৰি। 6 জনীয়া ভদ্রলোকৰ দল গঠন কৰিব পাৰি। 6 গৰাকী মহিলাৰ পৰা ${}^6C_3$ টা উপায়ে 3 জনীয়া মহিলাৰ দল গঠন কৰিব পাৰি।

$\therefore$ পূৰণৰ নিয়ম অনুসৰি, মুঠ কমিটীৰ সংখ্যা = ${}^9C_6 \times {}^6C_3$

$$= \frac{9!}{6!\ 3!} \times \frac{6!}{3!\ 3!}$$

$$= \frac{9\times 8\times 7}{3\times 2\times 1} \times \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}$$

$$= 3\times 4\times 7\times 5\times 4$$

$$= 1680$$

উদাহৰণ 10 ঃ এখন প্রশ্নকাকতত A, B, C তিনিটা ভাগ আছে। A ভাগত 4 টা, B ভাগত 5 টা আৰু C ভাগত 6 টা প্রশ্ন আছে। এজন পৰীক্ষার্থীয়ে কিমানটা উপায়ে 7 টা প্রশ্ন বাছিব পাৰিব যদি তেওঁ প্রত্যেক বিভাগৰ পৰা অন্ততঃ দুটা প্রশ্ন বাছিব লাগে?

সমাধান ঃ ইয়াত সম্ভাৱনা তিনিটা

I A ৰ পৰা দুটা, B ৰ পৰা দুটা, C ৰ পৰা তিনিটা

বা II A ৰ পৰা দুটা, B ৰ পৰা তিনিটা, C ৰ পৰা দুটা

বা III A ৰ পৰা তিনিটা, B ৰ পৰা দুটা, C ৰ পৰা দুটা

I -অৰ ক্ষেত্ৰত মুঠ উপায়

$= {}^4C_2 \times {}^5C_2 \times {}^6C_3 = 6 \times 10 \times 20 = 1200$

II-ৰ ক্ষেত্ৰত মুঠ উপায়

$= {}^4C_2 \times {}^5C_3 \times {}^6C_2 = 6 \times 10 \times 15 = 900$

III-ৰ ক্ষেত্ৰত মুঠ উপায়

$= {}^4C_3 \times {}^5C_2 \times {}^6C_2 = 4 \times 10 \times 20 = 800$

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া মুঠ উপায়

$= 1200 + 900 + 800$

$= 2900$



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ৩

প্ৰশ্ন নং ১ঃ এটা কাৰ্যালয়ত 6 জন পুৰুষ আৰু 7 গৰাকী মহিলাই কাম কৰে। কিমানটা উপায়ে 3 জন পুৰুষ আৰু 4 গৰাকী মহিলাৰে গঠিত কমিটী গঠন কৰিব পাৰি?

প্ৰশ্ন নং ২ঃ এটা কাৰ্যালয়ত 6 জন পুৰুষ আৰু 7 গৰাকী মহিলাই কাম কৰে। কিমানটা উপায়ে এটা 4 জনীয়া কমিটী গঠন কৰিব পাৰি যদিহে অন্ততঃ এগৰাকী মহিলা অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হয়?

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ এটা কাৰ্যালয়ত 6 জন পুৰুষ আৰু 7 গৰাকী মহিলাই কাম কৰে। কিমানটা উপায়ে এটা 4 জনীয়া কমিটী গঠন কৰিব পাৰি যদিহে অতি বেছি এজন পুৰুষ অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হয়?

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ 8 জন ভদ্ৰলোক আৰু 4 গৰাকী ভদ্ৰ মহিলাৰ মাজৰ পৰা 5 জনীয়া দল এটা গঠন কৰিব লাগে। যদি অন্ততঃ এগৰাকী মহিলাক দলটোত অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব লাগে, তেনেহ'লে কিমান উপায়ে দলটো গঠন কৰিব পাৰি?

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ এজন মানুহৰ 7 গৰাকী বন্ধু আছে, ইয়াৰে 4 গৰাকী তিৰোতা আৰু 3 জন পুৰুষ। মানুহজনৰ ঘৈনীয়েকৰো 7 গৰাকী বন্ধু আছে, ইয়াৰে 3 গৰাকী তিৰোতা আৰু 4 জন পুৰুষ। এটা ভোজনলৈ ছয় গৰাকী বন্ধুক এনেদৰে নিমন্ত্ৰণ কৰা হ'ল যাতে 3 গৰাকী তিৰোতা বন্ধু আৰু 3 জন পুৰুষ-বন্ধু থাকে আৰু এওঁলোকৰ ভিতৰৰ তিনিগৰাকী মানুহজনৰ পক্ষৰ বন্ধু আৰু তিনিগৰাকী ঘৈনীয়েকৰ পক্ষৰ বন্ধু। কিমানটা উপায়ে এই ছয় গৰাকী বন্ধুক নিমন্ত্ৰণ কৰিব পৰা যাব?



১২.৭ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ (LET US SUM UP)

- এটা কাম A কৰিবলৈ n_1 টা উপায় আছে আৰু এইবোৰতকৈ পৃথক, আন এটা কাম B কৰিবলৈ n_2 টা উপায় আছে, তেনেহ'লে A বা B কৰিবলৈ n_1+n_2 টা উপায় আছে। এই ক্ষেত্ৰত দুয়োটা কাম একেলগে কৰিব পৰা নাযায়। এইটোক যোগৰ নিয়ম বোলে।
- যদি এটা কাম দুটা ক্ৰমিক ধাপত সম্পন্ন কৰিব পাৰি আৰু প্ৰথম ধাপটো n_1 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, আৰু দ্বিতীয় ধাপটো n_2 টা উপায়ে কৰিব পাৰি, তেনেহ'লে কামটো $n_1 \times n_2$ টা উপায়ে কৰিব পাৰি। এইটোক পূৰণৰ নিয়ম বোলে।
- ধৰা হ'ল এটা সংহতিত n টা পৃথক মৌল আছে। সংহতিটোৰ r টা মৌলৰ এটা ক্ৰমিত সজ্জাক n টা মৌলৰ r-বিন্যাস বোলা হয়, $r \le n$ । সংহতিটোৰ r টা মৌলৰ এটা অক্ৰমিত বাছনিক n টা মৌলৰ r-দল বোলা হয়, $r \le n$.
- n টা পৃথক মৌলৰ r-বিন্যাসৰ সংখ্যা হ'ল

  $P(n, r) = n(n-1)(n-2) \ldots . (n-r+1)$

  $$= \frac{n!}{(n-r)!},\ r \le n$$

- n টা পৃথক মৌলৰ r-দলৰ সংখ্যা হ'ল

  $$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{n!} = \frac{n!}{r!(n-r)!},\ r \le n$$

- $C(n, r) = C(n, n-r),\ r \le n$
- $C(n+1, r) = C(n, r) + C(n, r-1)$



১২.৮ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান (ANSWERS TO CHECK YOUR PROGRESS)

অগ্ৰগতিৰ নিৰীক্ষণ ১

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ এজন মানুহ 24 টা উপায়ে বাছিব পাৰি। এগৰাকী মহিলা 12 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

∴ এজন মানুহ বা এগৰাকী মহিলা 24+12 অৰ্থাৎ 36 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ এজন ল'ৰা 24 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

এজনী ছোৱালী 12 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

∴ এজন ল'ৰা আৰু এজনী ছোৱালী 24×12 অর্থাৎ 288 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো 5 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (0, 2, 4, 6, 8 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

দহকৰ স্থানটো 9 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

∴ উলিয়াব লগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা।

$= 5 \times 9 = 45$

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো 5 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 3, 5, 7, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

দহকৰ স্থানটো 10 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

শতকৰ স্থানটো 9 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

∴ উলিয়াবলগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা $= 5 \times 10 \times 9 = 450$

৫ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো 5 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (0, 2, 4, 6, 8 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

দহকৰ স্থানটো 10 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

শতকৰ স্থানটো 9 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)।

∴ উলিয়াবলগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা

$= 5 \times 10 \times 9 = 450$

৬ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 4500

৭ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 4500

৮ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এখন গণিতৰ কিতাপ বা এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ 40+28 অর্থাৎ 68 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

৯ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এখন গণিতৰ কিতাপ আৰু এখন বিজ্ঞানৰ কিতাপ 40×28 অর্থাৎ 1120 টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

১০ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এজন মানুহে হলটোত 12 টা উপায়ে সোমাব পাৰে, অর্থাৎ প্রথম ধাপটো 12 টা উপায়ে কৰিব পাৰি। মানুহজনে হলটোৰ পৰা 11 টা উপায়ে ওলাই আহিব পাৰে। অর্থাৎ দ্বিতীয় ধাপটো 11 টা উপায়ে কৰিব পাৰি।

∴ নির্ণেয় উপায়।

$= 12 \times 11 = 132$

১১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 210

১২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 5040

১৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ $3^6 = 729$

১৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ $6^3 = 216$

১৫ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ প্রথম আখৰটো 26 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি।

দ্বিতীয় আখৰটো 25 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি

প্রথম অংকটো 10 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি

দ্বিতীয় অংকটো 9 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি

তৃতীয় অংকটো 8 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি

চতুর্থ অংকটো 7 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি

$\therefore$ উলিয়াব লগীয়া মুঠ উপায়

$= 26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7$

১৬ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ প্রথম প্রশ্নটোৰ উত্তৰ দুটা উপায়ে কৰিব পাৰি (সঁচা বা মিছা)

সেইদৰে, প্রতিটো প্রশ্নৰ উত্তৰ দুটা উপায়ে কৰিব পাৰি।

$\therefore$ নির্ণেয় উপায়

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^{10} = 1024$

১৭ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ আদিক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 5

সহক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 7

প্রথমটো মৌল 7 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

সেইদৰে আদিক্ষেত্রৰ প্রতিটো মৌলক 7 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

$\therefore$ মুঠ ফলনৰ সংখ্যা

$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

১৮ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ আদিক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 7

সহক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 5

আদিক্ষেত্রৰ প্রতিটো মৌলক 5 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

$\therefore$ মুঠ ফলনৰ সংখ্যা

$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^7$

১৯ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ আদিক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 5

সহক্ষেত্রৰ মৌলৰ সংখ্যা = 7

প্রথমটো মৌল 7 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

দ্বিতীয়টো মৌল 6 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

তৃতীয়টো মৌল 5 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

চতুর্থটো মৌল 4 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

পঞ্চমটো মৌল 3 টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

$\therefore$ নির্ণেয় একৈকী ফলনৰ সংখ্যা

$= 7\times6\times5\times4\times3 = 2520$

২০ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এই ক্ষেত্রত m > n, কিয়নো যদি m > n, তেনেহ'লে প্রথম সংহতিটোৰ পৰা দ্বিতীয়টো সংহতিলৈ একৈকী ফলন থাকিব নোৱাৰে।

$\therefore m \le n$

এতিয়া প্রথম মৌলটো n টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

দ্বিতীয় মৌলটো (n-1) টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

তৃতীয় মৌলটো (n-2) টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

এনেদৰে, m তম মৌলটো (n-m+1) টা উপায়ে সংলগ্ন কৰিব পাৰি।

$\therefore$ নির্ণেয় একৈকী ফলনৰ সংজ্ঞা

$= n(n-1)(n-2) \ldots . (n-m+1)$

২১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ পেলিনড্র'ম (palindrome) শব্দটোৰ আভিধানিক অর্থ এনেধৰণৰ,— ই শব্দ বা শব্দৰ সমষ্টি বা বাক্য বা সংখ্যা,— আৰম্ভণিৰ পৰা পঢ়িলে যি হয়, শেহৰপৰা পঢ়িলেও একে হয়। যতি-চিহ্নৰ ব্যৱহাৰ মানি চলা নহয়। কেতিয়াবা শব্দবোৰ ভঙাও হয়।

উলিয়াবলগীয়া পেলিনড্র'মৰ সংখ্যা

$= 26\times25\times24\times23$

$= 358800$

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ ২

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ উলিয়াবলগীয়া উপায় $= {}^6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!}$

$= 120$

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ উলিয়াবলগীয়া উপায় $= 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 729$

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ উলিয়াবলগীয়া উপায় $= {}^{20}P_5 = \frac{20!}{(20-5)!}$

$= \frac{20!}{15!} = \frac{20\times19\times18\times17\times16\times15!}{15!}$

$= 1860480$

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 60,180

৫ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো দুটা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (2, 8 অংক দুটাৰ যিকোনো এটা)। বাকী তিনিটা স্থান ${}^5P_3$ টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি।

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা

$$= 2 \times {}^5P_3 = 2 \times \frac{5!}{(5-3)!} = 2 \times \frac{5!}{2!} = 2 \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!}$$

$= 120$

৬ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো 4 টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (1, 3, 5, 7 অংককেইটাৰ যিকোনো এটা)। বাকী তিনিটা স্থান ${}^5P_3$ টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি।

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা

$= 4 \times {}^5P_3 = 4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240$

৭ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ এককৰ স্থানটো এটা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি (5)। বাকী তিনিটা স্থান ${}^5P_3$ টা উপায়ে পূৰণ কৰিব পাৰি।

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া সংখ্যাৰ সংখ্যা

$= 1 \times {}^5P_3 = 1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$

৮ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ যদি কোনো বাধা আৰোপ কৰা নহয়, তেনেহ'লে 10 খন বহীক ${}^{10}P_{10}$ অর্থাৎ 10! উপায়ে সজাব পাৰি।

আকৌ আমি জানো যে যদি আটাইতকৈ ভালখন আৰু আটাইতকৈ বেয়াখন একেলগে থাকে, তেনেহ'লে মুঠ উপায় = $9! \times 2! = 725760$ (উদাহৰণ8)

$\therefore$ আটাইতকৈ ভালখন আৰু আটাইতকৈ বেয়াখন কেতিয়াও একেলগে নাথাকিলে মুঠ উপায়

$= 10! - 2 \times 9!$

$= 3628809 - 725760$

$= 2903040$

৯ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ মুঠ উপায়

$= 4! \times 3! \times 5!$

$= 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 17280$

১০ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ প্রতিটো সজ্জা T ৰে আৰম্ভ হ'ব লাগিব আৰু E ৰে শেষ হ'ব লাগিব। গতিকে, T আৰু E ৰ স্থান নির্দিষ্ট।

বাকী থাকিল ছয়টা আখৰ, R. I. A, N, G, L.

এই ছয়টা আখৰ ${}^6P_6$ টা উপায়ে অর্থাৎ 6! টা উপায়ে অর্থাৎ $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ টা উপায়ে অর্থাৎ 720 টা উপায়ে সজাব পাৰি।

$\therefore$ মুঠ উপায় = 720

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ ৩

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ 6 জন মানুহৰ পৰা 3 জন মানুহ ${}^6C_3$ টা উপায়ে বাছিব পাৰি।

7 গৰাকী মহিলাৰ পৰা 4 গৰাকী মহিলা ${}^7C_4$ উপায়ে বাছিব পাৰি।

$\therefore$ মুঠ উপায়ৰ সংখ্যা

$$= {}^6C_3 \times {}^7C_4 = \frac{6!}{3!\,3!} \times \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \times \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$$

$= 20 \times 35 = 700$

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ অন্ততঃ এগৰাকী মহিলা বাছিব লাগে। গতিকে মহিলাৰ সংখ্যা 1, বা 2 বা 3 বা 4 হ'ব পাৰে। গতিকে তলৰ সম্ভাৱনাকেইটা পোৱা যাব।

পুৰুষ (6)	মহিলা (7)
3	1
2	2
1	3
0	4

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া মুঠ উপায়

$= {}^6C_3 \times {}^7C_1 + {}^6C_2 \times {}^7C_2 + {}^6C_1 \times {}^7C_3 + {}^6C_0 \times {}^7C_4$

$= 20 \times 7 + 15 \times 21 + 6 \times 35 + 1 \times 35$

$= 140 + 315 + 210 + 35$

$= 700$

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ অতি বেছি এজন মানুহ বাছিব লাগে। গতিকে পুৰুষৰ সংখ্যা 0, বা 1 হ'ব পাৰে। গতিকে তলৰ সম্ভাৱনাকেইটা পোৱা যাব।

পুৰুষ (6)	মহিলা (7)
0	4
1	3

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া মুঠ উপায়

$= {}^6C_0 \times {}^7C_4 + {}^6C_1 \times {}^7C_3 = 1 \times 35 + 6 \times 35 = 35 + 210 = 245$

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক। উত্তৰ 736

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ তলৰ সম্ভাৱনাকেইটা পোৱা যাব।

মানুহজন		ঘৈনীয়েক	
পুৰুষ (3)	ভদ্ৰমহিলা (4)	পুৰুষ (4)	ভদ্ৰমহিলা (3)
3	0	0	3
2	1	1	2
1	2	2	1
0	3	3	0

∴ উলিয়াবলগীয়া মুঠ উপায়

$= ({}^3C_3 \times {}^4C_0 \times {}^4C_0 \times {}^3C_3) + ({}^3C_2 \times {}^4C_1 \times {}^4C_1 \times {}^3C_2) + ({}^3C_1 \times {}^4C_2 \times {}^4C_2 \times {}^3C_1)$

$+ ({}^3C_0 \times {}^4C_3 \times {}^4C_3 \times {}^3C_0)$

= 485, সৰল কৰাৰ পাছত।



১২.৯ অধিক জানিবলৈ (FURTHER READINGS)

1) Discrete Mathematical Structures with Application to Computer Science, J.P. Tremblay & R. Manohar.

2) Discrete Structures and Graph Theory, G.S.S. Bhishma Rao.



১২.১০ আৰ্হি প্ৰশ্ন (MODEL QUESTIONS)

প্ৰশ্ন ১ঃ গণনাৰ যোগৰ নিয়মটো লিখক।

প্ৰশ্ন ২ঃ গণনাৰ পূৰণৰ নিয়মটো লিখক।

প্ৰশ্ন ৩ঃ মিশ্রিত যুক্তিৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰক যে

$C(2n, 2) = 2\,C(n, 2) + n^2$

প্ৰশ্ন ৪ঃ মিশ্রিত যুক্তিৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰক যে

$C(n+m,r)=\sum_{i=0}^{r} C(m,r-i)C(n,i)$ য'ত m, n, r অখণ্ড সংখ্যা আৰু

$n \geq r \geq 0$, আৰু $m \geq r \geq 0$.

প্ৰশ্ন ৫ঃ দুটা পৃথক লুডুগুটি দলিয়াই দিয়া হ'ল। কিমানটা উপায়ে 7 বা 9 যোগফল পাব পাৰি?

প্ৰশ্ন ৬ঃ এবাহ তাচৰ পৰা এপাত চাহেব বা এপাত বিবি কিমান উপায়ে পাব পাৰি?

প্ৰশ্ন ৭ঃ এখন অনুজ্ঞা ফলকত দুটা ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ আখৰ আছে, তাৰ পাছত দুটা অংক, তাৰ পাছত দুটা ইংৰাজী আখৰ, তাৰ পাছত চাৰিটা অংক আছে। যদি এটা আখৰ বা এটা অংক একাধিকবাৰ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি, তেনেহ'লে কিমান অনুজ্ঞাফলক প্ৰস্তুত কৰিব পৰা যাব?

প্ৰশ্ন ৮ঃ 10 যোৰ পতি-পত্নী আছে। এগৰাকী মহিলা আৰু এজন পুৰুষ (মহিলাগৰাকীৰ স্বামী নহয়) কিমান উপায়ে বাছিব পৰা যাব?

প্রশ্ন ৯ঃ 8 জন ল'ৰা আৰু 6 জনী ছোৱালীৰ পৰা এটা 8 জনীয়া খেলুৰৈ দল গঠন কৰিব লাগে। কিমান প্রকাৰে দলটো গঠন কৰিব পৰা যাব যদিহে এজনী নির্দিষ্ট ছোৱালীক বাদ দি আৰু এটা নির্দিষ্ট ল'ৰাক অন্তর্ভুক্ত কৰি দলটোত 3 জনী ছোৱালী থাকিবই লাগে?

প্রশ্ন ১০ঃ n টা মৌলবিশিষ্ট এটা সংহতিৰ পৰা সেই একেটা সংহতি লৈ একৈকী ফলনৰ সংখ্যা নির্ণয় কৰা।

*** ***** ***