অধ্যায় ১৩ ঃ গাণিতিক যুক্তি (MATHEMATICAL LOGIC)

অধ্যায় গাঁথনি

১৩.১ উদ্দেশ্য

১৩.২ পৰিচয়

১৩.৩ উক্তিৰ সংজ্ঞা (Definition of Statements)

১৩.৩.১ উক্তিৰ উদাহৰণ (Examples of Statements)

১৩.৪ যৌক্তিক সংযোজক (Logical Connectives)

১৩.৪.১ নেতি পদ (Negation)

১৩.৪.২ সংযোজক পদ (Conjunction)

১৩.৪.৩ বিযুক্তি পদ (Disjunction)

১৩.৪.৪ সপ্রতিবন্ধ পদ (Conditional)

১৩.৪.৫ দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদ (Biconditional)

১৩.৫ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

১৩.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১৩.৭ অধিক জানিবলৈ

১৩.৮ আৰ্হি প্ৰশ্ন

১৩.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- উক্তিৰ সংজ্ঞা আৰু উদাহৰণ দিব পাৰিব
- বিভিন্ন উক্তিৰ বিষয়ে থকা 'স্বীকৃত সত্য নীতি' তালিকাৰ (Truth Tables) সংজ্ঞা দিব পাৰিব
- উক্তিৰ নেতিপদৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- দুটা উক্তিৰ সংযোজক পদ, বিযুক্তি পদ, সপ্রতিবন্ধ পদ আৰু দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব।

১৩.৩ পৰিচয়

গাণিতিক যুক্তি হ'ল গণিত শাস্ত্ৰৰ এনে এক শাখা যিটো অধ্যয়ন কৰি গাণিতিক যুক্তি প্ৰদৰ্শনৰ বিভিন্ন পদ্ধতি জানিব পাৰি। এই কথা আমি সকলোৱে জানো যে যুক্তিৰে কথাবোৰ ফঁহিয়াই চোৱাৰ সামৰ্থ থকা বাবেই মানুহ অন্য জীৱতকৈ শ্ৰেষ্ঠতৰ। যিকোনো বিজ্ঞানসন্মত তত্বৰ প্ৰদত্ত তৰ্কবোৰ অথবা গাণিতিক প্ৰমাণবোৰ অথবা সমাধানবোৰ বৈধ হয়নে নহয় সেয়া

নির্ধাৰণ কৰাৰ নীতি আৰু কৌশল যুক্তিয়ে আগবঢ়ায়। তর্ক আৰু সমাধানৰ অধ্যয়নৰ সৈতে যুক্তি জড়িত। গণিতত সূত্রবোৰ প্রমাণ কৰিবলৈ যুক্তি ব্যৱহাৰ কৰা হয়। আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ নানা ধৰণৰ সমস্যাৰ বাবে ভৌতিক বিজ্ঞানৰ বিভিন্ন পৰীক্ষা-নিৰীক্ষাৰ পৰা সমাধান বাহিৰ কৰিবলৈকো যুক্তিৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানত প্র'গ্রেমবোৰৰ নির্ভুলতা প্রমাণ কৰিবলৈ যুক্তি প্রয়োগ কৰা হয়। যুক্তিৰ নীতি অথবা কৌশলবোৰক 'অনুমিতিৰ নিয়ম' (rules of inference) বোলা হয়। কাৰণ, যুক্তিৰ প্রধান লক্ষ্য হ'ল প্রদত্ত অপ্রমাণিত যুক্তিসংগত ধাৰণাৰ (hypothesis) ৰাশি (set) এটাৰ পৰা অনুমিতি সমাধান (conclusions inferences) বাহিৰ কৰা। এই অধ্যায়টিত আপোনালোকক উক্তিৰ সংজ্ঞা আৰু উদাহৰণ আৰু বিভিন্ন উক্তিৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাৰ সৈতে পৰিচয় কৰাই দিয়া হ'ব। অধ্যায়টিৰ অন্য আলোচ্য বিষয়বোৰ হ'ল যৌক্তিক সংযোজক তথা উক্তিৰ বিলোম (converse), প্রতিলোম (opposite) আৰু প্রতি-অনুলোম (contrapositive)।



উক্তবোৰৰ চিহ্নিত কৰিবলৈ আমি ইংৰাজীৰ বৰফলা আখৰবোৰ P, Q, R, . . . ব্যৱহাৰ কৰো।

১৩.৩ উক্তিৰ সংজ্ঞা (DEFINITION OF STATEMENTS)

যুক্তি প্রদর্শনৰ সময়ত আমি এক বিশেষ শৈলীত গঠিত বাক্যৰ সহায়ত আমাৰ ধাৰণা অথবা চিন্তাবোৰ প্রকাশ কৰোঁ। দৈনন্দিন সংযোগ স্থাপনৰ সময়ত আমি সাধাৰণতে তলত উল্লেখ কৰা ধৰণৰ বাক্য প্রয়োগ কৰোঁ।

দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য (Assertive sentence) ঃ কোনো বস্তুত নাইবা কথা দৃঢ়তাৰে কোৱা বাক্যবোৰকে দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য বোলে। যেনে— 'মংগল গ্রহ জীৱৰ বাবে অনুকুল।'

আদেশ/অনুৰোধ ইত্যাদি বুজোৱা বাক্য (Imperative sentence) ঃ যিবোৰ বাক্যই কোনো আদেশ নাইবা অনুৰোধ বুজায় সেইবোৰক বাক্যৰ এইটো ভাগত ধৰা হয়। যেনে— 'অনুগ্রহ কৰি মোক একাপ চাহ দিয়কচোন।'

ভাৱবোধক বাক্য (Exclamatory sentence) ঃ মনৰ কোনো তীব্র অনুভৱ/অনুভূতি প্রকাশ কৰা বাক্যবোৰকে ভাৱবোধক বাক্য বোলে। যেনে— 'তিমি মাছটো ইমান ডাঙৰ !'

প্রশ্নবোধক বাক্য (Interrogative sentence) ঃ প্রশ্ন সুধিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা বাক্যবোৰকে প্রশ্নবোধক বাক্য বোলে। যেনে— 'আপোনাৰ বয়স কিমান?'

উক্তি *(STATEMENT)* ঃ উক্তি হ'ল দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য অথবা বাক্যাংশ। এনে বাক্য অথবা বাক্যাংশ সঁচা অথবা মিছা হ'ব পাৰে। কিন্তু একে সময়তে সঁচা আৰু মিছা দুয়োটা হ'ব নোৱাৰে।

১৩.৩.১ উক্তিৰ উদাহৰণ (Examples of Statements)

উদাহৰণ ১ ঃ তলৰ বাক্যবোৰলৈ মন কৰক—

i) ৱাশ্বিংটন ডি চি আমেৰিকাত নাই।

ii) প্ৰতিটো বৰ্গক্ষেত্ৰই একোটা আয়তক্ষেত্ৰ।

iii) পৃথিৱী এটা গ্ৰহ।

iv) তিনি আৰু ছয় যোগ কৰিলে যোগফল ন হয়।

v) সূৰ্যটো এটা নক্ষত্ৰ।

ওপৰৰ (iii), (iv) আৰু (v) নম্বৰ বাক্য তিনিটাৰ প্ৰত্যেকটোৱেই একোটা সঁচা দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য। গতিকে ইয়াৰে প্ৰতিটো বাক্যই একোটা উক্তি। ওপৰৰ (i) আৰু (ii) নম্বৰ বাক্য দুটাৰ প্ৰত্যেকটোৱেই একোটা মিছা দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য। গতিকে এই দুয়োটা বাক্যই একোটা উক্তি।

উদাহৰণ ২ ঃ তলৰ বাক্যবোৰলৈ মন কৰক—

i) গৃহকাৰ্য কৰা।

ii) মোক এগিলাচ পানী দিয়া।

iii) কেনে আছা?

iv) তুমি কেতিয়াবা তাজমহল দেখিছানে?

v) ঈশ্বৰে তোমাৰ মংগল কৰক ? !

vi) দীৰ্ঘায়ূ হোৱা !

ওপৰৰ (i) আৰু (ii) হ'ল আদেশ/অনুৰোধ বুজোৱা বাক্য। গতিকে এই বাক্য দুটা উক্তি নহয়। (iii) আৰু (iv) হ'ল প্ৰশ্নবোধক বাক্য। সেয়েহে এই দুটা বাক্যক সঁচা অথবা মিছা বুলি ক'ব নোৱাৰি। অৰ্থাৎ এই দুয়োটা বাক্যই উক্তি হ'ব নোৱাৰে। (v) আৰু (vi) হ'ল ইচ্ছা বুজোৱা বাক্য। এই বাক্য দুটাক সঁচাও বুলিব নোৱাৰি মিছাও বুলিব নোৱাৰে। সেয়েহে এই দুটা বাক্যও উক্তি হ'ব নোৱাৰে।



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ

প্ৰশ্ন নং ১ঃ তলৰ বাক্যবোৰৰ কোনটো উক্তি আৰু কোনটো উক্তি নহয় বাছি উলিয়াওক। আপোনাৰ উত্তৰৰ সপক্ষে যুক্তি দৰ্শাওক।

i) পেৰিছ চহৰ ইংলেণ্ডত।

ii) ঈশ্বৰে তোমাৰ মংগল কৰক !

iii) ৬ ৰ তিনিটা মৌলিক উৎপাদক আছে।

iv) ১৮ সংখ্যাটো ১৬ তকৈ সৰু।

v) চেন্নাই ইয়াৰ পৰা কিমান দূৰত?

vi) প্ৰতিটো ৰম্বাচেই একোটা বৰ্গ।

vii) এটা মাহত ৩৫ দিন থাকে।

viii) দুই যোগ তিনি পাঁচৰ সমান।

ix) $x + 2 = 9$

x) চন্দ্রটো সেউজীয়া ছানাৰে গঠিত।

১৩.৪ যৌক্তিক সংযোজক (LOGICAL CONNECTIVES)

ওপৰৰ শিতানত আমি প্রাথমিক উক্তিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিলোঁ। আমি প্রায়েই সৰল (প্রাথমিক) উক্তি লগ লগাই যৌগিক উক্তি গঠন কৰো। দুটা উক্তিৰ মাজত বহুওৱা সংযোজক শব্দবোৰকে যৌক্তিক সংযোজক বোলে। প্রাথমিক উক্তি লগ লগোৱা সংযোজক দুটামান হ'ল ঃ আৰু (And), অথবা (Or), যদি— তেন্তে (If – then), যদি আৰু যদিহে (If and Qnly if), নহয় (Not)

তলত যৌক্তিক সংযোজক আৰু সেইবোৰৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাবোৰৰ বিষয়ে বহলাই আলোচনা কৰা হ'ল।

১৩.৪.১ নেতিপদ (Negation)

কোনো এটা যুক্তি 'P' ক অস্বীকাৰ কৰাকে যুক্তিটোৰ/বিবৃতিটোৰ নেতিপদ বোলে। ইয়াক ~ চিহ্নৰে বুজোৱা হয় আৰু 'P নহয়' বুলি পঢ়া হয়। যিকোনো P উক্তিৰ নেতিপদটো P ৰ আগত **'~'** চিহ্ন দি অথবা '~P' ৰ পিছত 'It is not the case that .....' (কথাটো এনে নহয় যে....) অথবা 'It is false that .....' (এয়া মিছা যে ....) ইত্যাদি বুলি লিখা বাক্যাংশ যোগ দি গঠন কৰা হয়।

তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰক ঃ

P : সকলোবোৰ পূর্ণ/অখণ্ড সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।

এই উক্তিৰ/বিবৃতিৰ নেতিপদ হ'ব ঃ

~ P : কথাটো এনে নহয় যে সকলোবোৰ পূর্ণ সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।

অথবা

~ P : এয়া মিছা যে সকলোবোৰ পূর্ণ সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।

অথবা

~ P : অতি কমেও এটা পূর্ণ সংখ্যা পৰিমেয় সংখ্যা নহয়।

অথবা

~ P : এতিয়া তলৰ উক্তিটোলৈ চাওক—

P : $7 > 9$

এই উক্তিৰ নেতিপদ হ'ল—

~ P : 7 < 9

অথবা

~ P : 7 = 9

নেতি পদৰ স্বীকৃতি সত্য নীতি তালিকা (Truth Table of Negation)

যদি "P" ৰ সত্য নাম (truth value) 'T' বুলি ধৰা হয়, তেন্তে '~P' is 'F'। যদি "P" ৰ সত্য মান 'F', হয়, তেন্তে '~P' ৰ সত্য মান হ'ব F ।

নেতি পদৰ এই সংজ্ঞাটোক তলৰ তালিকাখনত দিয়াৰ দৰে দেখুওৱাব পাৰি।

'~P' ৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা হ'ল ঃ

P	~P
T	F
F	T

চিত্র ২.১

উদাহৰণ ঃ

তলৰ উক্তি/বিবৃতিবোৰৰ নেতিপদ লিখক—

(i) $\sqrt{7}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

(ii) $\sqrt{2}$ এটা যৌগিক সংখ্যা নহয়।

(iii) প্রতিটো স্বাভাৰিক সংখ্যা শূন্যতকৈ ডাঙৰ।

(iv) সকলো মৌলিক সংখ্যাই অযুগ্ম।

(v) সকলো গণিতজ্ঞই মানুহ।

সমাধান ঃ (i) ধৰা হ'ল, প্রদত্ত উক্তিটো *r* ।

অর্থাৎ r : $\sqrt{7}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

এই উক্তিটোৰ নেতিপদ ~ r হ'ব।

~ r : কথাটো এনে নহয় যে $\sqrt{7}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

অথবা

~ r : $\sqrt{7}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা নহয়।

অথবা

~ r : এয়া মিছা যে $\sqrt{7}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

(ii) ধৰা হ'ল প্রদত্ত উক্তিটো *u*

অর্থাৎ, u : $\sqrt{2}$ এটা যৌগিক সংখ্যা নহয়।

উক্তিটোৰ নেতিপদ ~ u হ'ব

~u : $\sqrt{2}$ এটা যৌগিক সংখ্যা।

অথবা

~u : এয়া মিছা যে $\sqrt{2}$ এটা যৌগিক সংখ্যা নহয়।

(iii) উক্তিটোৰ নেতিপদ হ'ব—

এয়া মিছা যে প্রতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যা শূন্যতকৈ ডাঙৰ।

অথবা

এনেকুৱা এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আছে যিটো শূন্যতকৈ ডাঙৰ নহয়।

(iv) উক্তিটোৰ নেতিপদ হ'ব—

এনেকুৱা এটা মৌলিক সংখ্যা আছে যিটো অযুগ্ম নহয়।

অথবা

কিছুমান মৌলিক সংখ্যা অযুগ্ম নহয়।

অথবা

অতি কমেও এটা মৌলিক সংখ্যা অযুগ্ম নহয়।

(v) উক্তিটোৰ নেতিপদ হ'ল—

কিছুমান গণিতজ্ঞ মানুহ নহয়।

অথবা

এনে এক গণিতজ্ঞ আছে যি মানুহ নহয়।

অথবা

অতি কমেও এগৰাকী গণিতজ্ঞ মানুহ নহয়।

অথবা

এয়া মিছা যে সকলো গণিতজ্ঞ মানুহ।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ২ঃ তলৰ উক্তিবোৰৰ নেতিপদবোৰ লিখক-

i) বাংগালুৰু কর্ণাটকৰ ৰাজধানী।

ii) পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া।

iii) সূর্যটো শীতল।

iv) কিছুমান যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা মৌলিক।

v) এটা আয়তক্ষেত্রৰ দুয়োডাল কর্ণৰ দৈর্ঘ্য সমান।

১৩.৪.২ সংযোজক পদ (Conjunction)

দুটা উক্তি P আৰু Q ক লগ লগোৱা পদকে সংযোজক পদ বোলে। ইয়াক উক্তি $P \wedge Q$ বুলি লিখা আৰু "*P* আৰু *Q*" বুলি পঢ়া হয়।

উদাহৰণ ঃ

(i) দুটা উক্তিৰ সংযোজন হ'ব ঃ

P : বৰষুণ দি আছে।

Q : 2 + 2 = 4

P ∧ Q : বৰষুণ দি আছে আৰু 2 + 2 = 4

(ii) তলৰ উক্তিটোলৈ ভালদৰে মন কৰক—

P : পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া আৰু সূর্যটো শীতল।

ইয়াৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

Q : পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া।

R : সূর্যটো শীতল।

স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা ঃ P ∧ Q উক্তিৰ সত্য মান হ'ল T য'ত P আৰু Q দুয়োটাৰে সত্য মান হ'ল T ; অন্যথা ইয়াৰ সত্য মান হ'ব F ।

সংযোজক পদৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাখন হ'ল—

P	Q	P ∧ Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

চিত্র ২.২

উদাহৰণ ঃ

তলৰ উক্তিটো প্রতীকী ৰূপত উপস্থাপন কৰক—

ৰামু আৰু ৰঘু স্কুললৈ গৈছিল।

সমাধান ঃ প্রদত্ত বাক্যটো দুটা উক্তিৰ সংযোজক হিচাপে লিখাৰ আগতে উক্তিটোক খণ্ডিত কৰি লোৱাটো দৰকাৰ। ইয়াত খণ্ডিত বাক্য দুটা হ'ব 'ৰামু' স্কুললৈ গৈছিল আৰু ৰঘূ স্কুললৈ গৈছিল।

এতিয়া লিখক P : ৰামু স্কুললৈ গৈছিল।

Q : ৰঘূ স্কুললৈ গৈছিল।

অর্থাৎ, প্রদত্ত বাক্যটো P ∧ Q প্রতীকী ৰূপত উপস্থাপন কৰিব পাৰি।

১৩.৪.৩ বিযুক্তি পদ (Disjunction)

দুটা উক্তি P আৰু Q ৰ বিযুক্তি পদটোক P $\vee$ Q বুলি লিখা আৰু "*P* অথবা *Q*" বুলি পঢ়া হয়।

উদাহৰণ ৩ ঃ

(i) তলৰ যৌগিক উক্তিটোলৈ লৈ মন কৰক—

P : কোনো এক বিন্দুত দুডাল ৰেখাৰ ছেদন হৈছে অথবা দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল।

প্রদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

Q : কোনো এক বিন্দুত দুডাল ৰেখাৰ ছেদন হৈছে।

R : দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল।

(ii) আন এটা উক্তিলৈ মন কৰক—

P : ৪৫ হ'ল ৪ আৰু ৬ৰ এটা গুণিতক।

ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল—

Q : ৪৫ হ'ল ৪ৰ এটা গুণিতক।

R : ৪৫ হ'ল ৬ৰ এটা গুণিতক।

স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা ঃ P $\vee$ Q উক্তিটোৰ সত্যমান F হয়। P $\vee$ Q সত্য হ'ব যদিহে P সত্য অথবা Q সত্য (অথবা P আৰু Q দুয়োটাই সত্য হয়)। বিযুক্তিৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা হ'ল—

P	Q	P $\vee$ Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

চিত্র ২.৩



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ৩ঃ তলৰ উক্তিকেইটা প্রতীকী ৰূপত লিখক—

(i) পৱন ধনী আৰু ৰাঘৱ সুখী নহয়।

(ii) পৱন ধনী নহয় আৰু ৰাঘৱ সুখী।

(iii) নবীন দুখীয়া কিন্তু সুখী।

(iv) নবীন ধনী অথবা অসুখী।

(v) নবীন আৰু অমল দুয়োজনেই সপ্রতিভ।

(vi) এয়া সঁচা নহয় যে নবীন আৰু অমল দুয়োজনেই সপ্রতিভ।

(vii) নবীন দুখীয়া অথবা তেওঁ ধনী আৰু অসুখী দুয়োটাই।

(vii) নবীন ধনীও নহয় সুখীও নহয়।

উদাহৰণ ঃ

তলৰ যৌগিক বাক্যকেইটাৰ উপাদানবোৰ পৃথক কৰক আৰু যৌগিক বাক্যটো সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰক।

(i) ৫০ হ'ল ২ আৰু ৫ উভয়ৰে গুণিতক।

(ii) সকলো জীৱিত বস্তুৰে দুখন ঠেং আৰু দুটা চকু থাকে।

(iii) মুম্বাই গুজৰাট অথবা মহাৰাষ্ট্ৰৰ ৰাজধানী।

(iv) $\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা অথবা এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

(v) এটা আয়তক্ষেত্ৰ হ'ল এটা চতুৰ্ভূজ অথবা এটা পাঁচডাল বাহুবিশিষ্ট বহুভূজ।

সমাধান ঃ (i) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : ৫০ হ'ল ২ৰ গুণিতক।

Q : ৫০ হ'ল ৫ৰ গুণিতক।

আমি পৰীক্ষা কৰি পাম যে P আৰু Q দুয়োটা উক্তিয়েই সত্য। এতেকে যৌগিক উক্তিটো সত্য।

(ii) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : সকলো জীৱিত বস্তুৰে দুখন ঠেং থাকে।

Q : সকলো জীৱিত বস্তুৰে দুটা চকু থাকে।

আমি পৰীক্ষা কৰি পাম যে P আৰু Q দুয়োটা উক্তিয়েই মিছা। এতেকে যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(iii) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : মুম্বাই গুজৰাটৰ ৰাজধানী।

Q : মুম্বাই মহাৰাষ্ট্ৰৰ ৰাজধানী।

আমি পৰীক্ষা কৰি পাম যে P উক্তিটো মিছা আৰু Q উক্তিটো সঁচা। এতেকে যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(iv) প্ৰদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : এটা আয়তক্ষেত্ৰ হ'ল এটা চতুৰ্ভুজ।

Q : এটা আয়তক্ষেত্ৰ হ'ল এটা পাঁচডাল বাহুবিশিষ্ট বহুভূজ।



সংযোজকে সদায়েই *"or"* (অথবা) শব্দটোৰ দৰে একে অৰ্থ প্ৰকাশ নকৰিবও পাৰে। কাৰণ ইংৰাজী ভাষাত *"or"* শব্দটো দুই ধৰণে ব্যৱহৃত হয়— *i)* সমন্বিতে 'অথবা' /*Inclusive OR* (ইটো অথবা সিটো অথবা দুয়োটা) আৰু *ii)* বাহিৰে 'অথবা/*Exclusive OR* (ইটো অথবা সিটো কিন্তু দুয়োটাই নহয়।

(v) প্রদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : $\sqrt{2}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

Q : $\sqrt{2}$ এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

আমি পৰীক্ষা কৰি পাম যে P আৰু Q দুয়োটা উক্তিয়েই মিছা। এতেকে যৌগিক উক্তিটো মিছা।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ৪ঃ তলৰ যৌগিক উক্তিবোৰৰ উপাদানবোৰ পৃথক কৰক আৰু যৌগিক উক্তিটো সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰক।

(i) দিল্লী ভাৰতত আৰু ২+২=৪।

(ii) দিল্লী ইংলেণ্ডত আৰু ২+২=৪।

(iii) দিল্লী ভাৰতত আৰু ২+২=৫।

(iv) দিল্লী ইংলেণ্ডত আৰু ২+২=৫।

(v) এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বর্গ ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক।

(vi) আকাশ নীলা আৰু ঘাঁহ সেউজীয়া।

(vii) পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া অথবা সূর্যটো শীতল।

(viii) সকলো পৰিমেয় সংখ্যা বাস্তৱ আৰু সকলো বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল সংখ্যা।

(ix) ২৫ হ'ল ৫ আৰু ৮ৰ গুণিতক।

(x) ১২৫ হ'ল ৭ আৰু ৮ৰ গুণিতক।

১৩.৪.৫ সপ্রতিবন্ধ পদ (Conditional)

ধৰা হ'ল, যদি P আৰু Q যিকোনো দুটা উক্তি হয়, তেন্তে উক্তি $P \rightarrow Q$ হ'ল সপ্রতিবন্ধ পদ। ইয়াক 'যদি *P* হয়, তেন্তে *Q* হ'ব' (যদি *P*, তেন্তে *Q*) বুলি কোৱা হয়। ইয়াক সপ্রতিবন্ধ উক্তি বোলে।

উদাহৰণ ঃ ধৰা হ'ল P : অমূল্যই কঠোৰ পৰিশ্রম কৰে।

Q : অমূল্য পৰীক্ষাত উত্তীর্ণ হ'ব।

তেন্তে, $P \rightarrow Q$ হ'ব ঃ যদি অমূল্যই কঠোৰ পৰিশ্রম কৰে, তেন্তে সি পৰীক্ষাত উত্তীর্ণ হ'ব।

ইয়াত P উক্তিটোক পূর্বপদ *(antecedent)* আৰু Q ক সিদ্ধান্ত *(consequent)* বোলে। '$\rightarrow$' চিহ্নটোক 'প্রয়োগ চিহ্ন' (sign of implication) বোলা হয়। 'যদিহে Q হয় তেতিয়াহে P' (P only if Q) বুজাবলৈকো $P \rightarrow Q$ লিখা হয়। $P \rightarrow Q$ সপ্রতিবন্ধ উক্তিৰ ক্ষেত্রত থকা স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাখন হ'ল—

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

$P \rightarrow Q$ লিখিব পৰা অন্য চর্তসাপেক্ষ পৰিস্থিতিবোৰ হ'ল ঃ

(i) যদিহে Q হয় তেতিয়াহে P (P only if Q)

(ii) Q যদি P (Q if P)

(iii) P হ'লেহে Q (Q provided that P)

(iv) Q হ'বৰ বাবে P য়েই যথেষ্ট (P is sufficient for Q)

(v) P ৰ বাবে Q প্রয়োজনীয় চর্ত (Q is necessary conditions for P)

(vi) P য়ে Q সূচায় (P implies Q),

(vii) P ৰ দ্বাৰা Q সূচোৱা হৈছে (Q is implied by P)

উদাহৰণ ঃ

১। তলৰ প্রতিটো উক্তি 'যদি -তেন্তে' ৰূপত (If--then) লিখক।

(i) তোমাৰ চাকৰি পোৱা কথাটোৱে ইয়াকে সূচায় যে তোমাৰ অর্হতাৰ প্রমাণপত্রবোৰ ভাল।

(ii) এটা চতুর্ভুজ সামান্তৰিক হ'ব যদিহে ইয়াৰ কর্ণবোৰে পৰস্পৰক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

(iii) শ্রেণীত A+ গ্রেড পাবলৈ তুমি এই কিতাপখনৰ সকলোবোৰ অনুশীলন কৰাটো প্রয়োজনীয়।

সমাধান ঃ

(i) আমি জানো যে 'যদি P হয়, তেন্তে Q হ'ব' ক আমি 'P $\rightarrow$ Q' বুলিও লিখিব পাৰোঁ। সেয়েহে প্রদত্ত উক্তিটোক 'যদি তুমি চাকৰি পোৱা, তেন্তে তোমাৰ অর্হতাৰ প্রমাণপত্রবোৰ ভাল' বুলিও লিখিব পাৰোঁ।

(ii) প্রদত্ত উক্তিটোৰ বিকল্প ৰূপ হ'ব—
'যদি এটা চতুর্ভুজৰ কর্ণবোৰে পৰস্পৰে পৰস্পৰক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, তেন্তে ই এটা সামান্তৰিক হ'ব।'

(iii) প্রদত্ত উক্তিটোৰ বিকল্প ৰূপ হ'ব—
'যদি তুমি শ্রেণীত A+ গ্রেড পোৱা, তেন্তে তুমি এই কিতাপখনৰ

সকলোবোৰ অনুশীলন কৰিছা।'

২। তলৰ উক্তিবোৰৰ উপাদানবোৰ পৃথক কৰক। লগতে উক্তিবোৰ সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰক।

(i) যদি ABC ত্রিভুজটো সমবাহু হয়, তেন্তে ই এটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

(ii) যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে ab এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান ঃ

(i) প্রদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : ABC ত্রিভুজটো সমবাহু।

Q : ABC ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহু।

যিহেতু এটা সমবাহু ত্রিভুজৰ দুডাল বাহুৰ জোখ সমান, সেয়েহে প্রদত্ত উক্তিটো সঁচা।

(ii) প্রদত্ত উক্তিটোৰ উপাদানবোৰ হ'ল—

P : a আৰু b অখণ্ড সংখ্যা।

Q : ab এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

যিহেতু দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যাই হ'ব, সেয়েহে ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'ব। অর্থাৎ, প্রদত্ত যৌগিক উক্তিটো সঁচা।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ৫ঃ তলৰ প্রতিটো প্রয়োগৰ সত্য মানবোৰ উলিয়াওক।

(i) যদি ৩+২=৭, তেন্তে পেৰিছ ভাৰতৰ ৰাজধানী।

(ii) যদি ৩+৪=৭, তেন্তে ৩ $\rangle$ ৭

(iii) যদি ৪ $\rangle$ ৫, তেন্তে ৫ $\langle$ ৬

(iv) যদি ৭ $\rangle$ ৩, তেন্তে ৬ $\langle$ ১৪

(v) যদি দুটা অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ মান a>b হয়, তেন্তে a-b সদায় এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'ব।

১৩.৪.৬ দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদ (যদি প্রদত্ত পৰিস্থিতিত 'যদি' আৰু 'কেৱল মাত্র প্রয়োগ হয়) (Biconditional (If and only if implication)

ধৰা হ'ল P আৰু Q যিকোনো দুটা উক্তি। তেন্তে $P \leftrightarrow Q$ উক্তিটোক (চমুকৈ "Piff Q" বুলি লিখা হয় আৰু 'যদি আৰু কেৱল যদি Q হয় তেতিয়াহে P হ'ব' (P if and only if Q) বুলি পঢ়া হয়) দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদ বোলে।

তলৰ তালিকাখনত দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদৰ সংজ্ঞা পোৱা যাব। $P \leftrightarrow Q$ উক্তিৰ/বিবৃতিৰ সত্য মান হ'ল T য'ত P আৰু Q দুয়োটাৰে সত্যমান সদৃশ হ'ব।

দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদৰ ($P \leftrightarrow Q$) স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাখন হ'ল—

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

$P \leftrightarrow Q$ দ্বি-সপ্রতিবন্ধ হ'ল $P \rightarrow Q$ আৰু $Q \rightarrow P$ সপ্রতিবন্ধ দুটাৰ সংযোজন।

$P \leftrightarrow Q$ ৰ বিকল্প সাংকেতিক চিহ্ন হ'ল $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$ৰ স্বীকৃত সত্যমান তালিকাখন হ'ল—

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

মন কৰিব দুয়োখন স্বীকৃত সত্যমান তালিকা একেই।

উদাহৰণ ঃ

১। তলৰ উক্তিবোৰলৈ মন কৰক ঃ

এটা ত্রিভুজ সমবাহু হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ত্রিভুজটো সমকোণী হয়।

এইটো এটা 'যদি আৰু কেৱল যদি, প্রয়োগৰ উদাহৰণ। ইয়াৰ উপাদান উক্তিবোৰ হ'ল ঃ

P : এটা ত্রিভুজ সমবাহু।

Q : এটা ত্রিভুজ সমকোণী।

২। ৮ 〉 ৪ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ৮–৪ৰ বিয়োগফল ধনাত্মক হয়।

৩। ২+২=৪ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি বৰযুণ দি থাকে।

৪। দুডাল ৰেখাক তেতিয়াহে সমান্তৰাল হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি দুয়োডাল ৰেখাৰে নতি (slope) একে হয়।

উক্তিটোৰ দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদবোৰ $P \leftrightarrow Q$ তলত দিয়া ধৰণে পঢ়িব পাৰি ঃ

(ক) P 'যদি আৰু কেৱল যদি' Q হয়।

(খ) P 'Q' ৰ সমতুল্য হয়।

(গ) P 'Q' ৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্ত হয়।

(ঘ) Q 'P' ৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্ত হয়।

উদাহৰণ ঃ

তলৰ প্ৰতিটো দ্বি-সপ্ৰতিবন্ধ উক্তিৰ সত্যমান নিৰ্ণয় কৰক।

(i) $৪ > ২$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $০ < ৪-২$।

(ii) $৩ < ২$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $২ < ১$।

(iii) $৩+৫ > ৭$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $৪+৬ < ১০$।

সমাধান ঃ

(i) ধৰা হ'ল P : $৪ > ২$

Q : $0 < ৪-২$

এতিয়া, প্ৰদত্ত উক্তিটো হ'ল $P \leftrightarrow Q$।

এইটো স্পষ্ট যে, P ও সঁচা আৰু Q ও সঁচা। সেয়েহে, $P \leftrightarrow Q$ সঁচা।

অৰ্থাৎ, প্ৰদত্ত উক্তিটো সঁচা আৰু ইয়াৰ সত্যমান হ'ল T।

(ii) ধৰা হ'ল P : $3 < 2$

Q : $2<1$

এতিয়া, প্ৰদত্ত উক্তিটো হ'ল $P \leftrightarrow Q$ ।

এইটো স্পষ্ট যে, P ও মিছা আৰু Q ও মিছা।

সেয়েহে, $P \leftrightarrow Q$ সঁচা।

অৰ্থাৎ, প্ৰদত্ত উক্তিটো সঁচা আৰু ইয়াৰ সত্য মান হ'ল T।

(iii) ধৰা হ'ল P : $3+5 > 7$

Q : $4+6<10$

এতিয়া, প্ৰদত্ত উক্তিটো হ'ল $P \leftrightarrow Q$

এইটো স্পষ্ট যে, P সঁচা আৰু Q মিছা।

সেয়েহে, $P \leftrightarrow Q$ মিছা।

অৰ্থাৎ, প্ৰদত্ত উক্তিটো মিছা আৰু ইয়াৰ সত্য মান হ'ল F ।



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ তলৰ উক্তিবোৰৰ সত্যমান নিৰ্ণয় কৰক—

(i) $৩+৫=৮$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $৪+৩=৭$ হয়।

(ii) ৪ এটা যুগ্ম সংখ্যা হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ১ এটা মৌলিক সংখ্যা হয়।

(iii) ৬ এটা অযুগ্ম সংখ্যা হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ২ এটা অযুগ্ম সংখ্যা হয়।

(iv) ২+৩=৫ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ৩>৫ হয়।

(v) ৪+৩=৮ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ৫+৪=১০ হয়।

(vi) ২<৩ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ৩<৪ হয়।



১৩.৫ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ (LET US SUM UP)

- গাণিতিক যুক্তি সকলো ধৰণৰ তর্ক প্রতিষ্ঠা কৰাৰ সৈতে জড়িত। এনে তর্ক কোনো বৈধ যুক্তিও হ'ব পাৰে নাইবা গাণিতিক প্রমাণো হ'ব পাৰে নাইবা কোনো অপ্রমাণিত যুক্তিসংগত ধাৰণাৰ সমষ্টিৰ ভিত্তিত নির্ণিত কোনো বৈজ্ঞানিক তত্ত্বও হ'ব পাৰে।
- বাক্যক সাধাৰণতে দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক, ভাৱবোধক, প্রশ্নবোধক আৰু আদেশ/অনুৰোধ বুজোৱা বাক্যত ভগোৱা হয়। আমি যুক্তি অধ্যয়ন কৰাৰ সময়ত কেৱল দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্যহে ব্যৱহাৰ কৰো। আমি ধৰি লওঁ যে প্রদত্ত সমস্যাটো বুজাবলৈ ব্যৱহৃত ভাষাত দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্যৰ সমষ্টি এটা লুকাই থাকে। প্রাথমিক উক্তি এটা হ'ল এনে এক দৃঢ়তাসূচক/ঘোষণামূলক বাক্য যিটো খণ্ডিত কৰিব নোৱাৰি অথবা সৰল বাক্যলৈ ভাঙি বিশ্লেষণ কৰিব নোৱাৰি।
- প্রাথমিক উক্তিৰ লগত সংযোজক পদ লগ লগাই নতুন উক্তি গঠন কৰিব পাৰি। এনেদৰে সৃষ্ট নতুন উক্তিক যৌগিক উক্তি বোলে।
- বাক্য সংযোজক পদবোৰক যৌক্তিক সংযোজক বোলা হয়। কেইটামান ভিন্ন প্রকাৰৰ যৌক্তিক সংযোজক হ'ল— নেতি পদ *(~)*, আৰু (সংযোজক), অথবা (বিযুক্তি পদ), যদি- তেন্তে (সপ্রতিবন্ধ পদ), যদি আৰু কেৱল যদি (দ্বি-সপ্রতিবন্ধ পদ) ইত্যাদি।
- সংযোজকৰ সংজ্ঞাৰ সৈতে স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকাৰ বিষয়েও আলোচনা কৰা হৈছে। এই নীতি তালিকাৰ আধাৰত কোনো এটা উক্তিৰ সৈতে জড়িত উপাদানবোৰৰ সম্ভাব্য যুটীবোৰৰ বাবে সত্য মান নির্ণয় কৰা হয়। এখন তালিকাতকোনো এক নির্দিষ্ট সূত্রৰ সৈতে জড়িত সকলোবোৰ সত্য মান অন্তর্ভুক্ত থাকিলে সেই তালিকাখনক সূত্রটোৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা (Truth tables) বোলে। এই অধ্যায়টিত ~P, $P \vee Q$, $P \wedge Q$, $P \rightarrow Q$ আৰু $P \leftrightarrow Q$ সূত্রৰ স্বীকৃত সত্য নীতি তালিকা দিয়া হৈছে। মন কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল কোনো প্রদত্ত উক্তিৰ উপাদানবোৰৰ সত্য মান জনাৰ পাছত এনে তালিকা চাই উক্তিটোৰ সত্যমান সহজে নির্ণয় কৰিব পাৰি।
- $P \rightarrow Q$ সূত্রত P উক্তিটোক 'পূর্বপদ' আৰু Q উক্তিটোক সিদ্ধান্ত বোলে।



১৩.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান (ANSWERS TO CHECK YOUR PROGRESS)

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ উক্তি (i), (iii), (iv), (vi), (vii), (viii) আৰু (x)।

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (i) বাংগালুৰু কর্ণাটকৰ ৰাজধানী নহয়।

(ii) পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া নহয়।

(iii) সূর্যটো শীতল নহয়।

(iv) কোনো যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা মৌলিক নহয়।

(v) অতি কমেও এনে এটা আয়তক্ষেত্র আছে যিটোৰ দুয়োডাল কর্ণৰ দৈর্ঘ্য একে নহয়।

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ(i) $P \wedge \sim Q$ য'ত P : পৱন ধনী।
Q : ৰাঘৰ সুখী।

(ii) $\sim P \wedge Q$

(iii) $\sim R \wedge H$ য'ত R : নবীন ধনী।
H : নবীন সুখী।

(iv) $R \vee \sim H$

(v) $P \wedge Q$ য'ত P : নবীন সপ্রতিভ।
Q : অমল সপ্রতিভ।

(vi) $\sim(P \wedge Q)$

(vii) $\sim R \vee (R \wedge \sim H)$ য'ত R : নবীন ধনী।
R : নবীন সুখী।

(viii) $\sim R \wedge \sim H$

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (i) P : দিল্লী ভাৰতত।
Q : 2+2=4.
এই যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(ii) P : দিল্লী ইংলেণ্ডত।
Q : 2+2=4.
এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(iii) P : দিল্লী ভাৰতত।
Q : 2+2=5.
এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(iv) P : দিল্লী ইংলেণ্ডত।

Q : 2+2=5.

এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(v) P : এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বর্গ ধনাত্মক।

Q : এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বর্গ ঋণাত্মক।

এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(vi) P : আকাশ নীলা।

Q : ঘাঁহ সেউজীয়া।

এই যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(vii) P : পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া।

Q : সূর্যটো শীতল।

এই যৌগিক উক্তিটো সঁচা।

(viii) P : সকলো পৰিমেয় সংখ্যা বাস্তৱ।

Q : সকলো বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল সংখ্যা।

এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(ix) P : ২৫ হ'ল ৫ৰ গুণিতক।

Q : ২৫ হ'ল ৮ৰ গুণিতক।

এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

(x) P : ১২৫ হ'ল ৭ৰ গুণিতক।

Q : ১২৫ হ'ল ৮ৰ গুণিতক।

এই যৌগিক উক্তিটো মিছা।

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ (i) সঁচা (ii) মিছা (iii) সঁচা (iv) মিছা (v) সঁচা।

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ (i) মিছা (ii) মিছা (iii) সঁচা (iv) মিছা (v) সঁচা (vi) সঁচা।



১৩.৭ অধিক জানিবলৈ (FURTHER READINGS)

1) C.L. Liu, Elements of Discrete Mathematics, Tata McGraw-Hill Edition.

2) Seymour Lipschutz Marc Lars Lipson Discrete Mathematics, Tata McGraw-Hill Edition.



১৩.৮ আৰ্হি প্ৰশ্ন (MODEL QUESTIONS)

প্ৰশ্ন ১ঃ তলৰ বাক্যবোৰৰ কোনটো উক্তি নিৰ্ণয় কৰক। আপোনাৰ উত্তৰৰ সপক্ষে যুক্তি দিয়ক।

(i) x বাস্তৱ সংখ্যাটো ২তকৈ সৰু।

(ii) সকলো বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল সংখ্যা।

(iii) ৰবি, মোৰ কথা শুনা।

প্ৰশ্ন ২ঃ তলৰ উক্তিবোৰৰ উপাদানবোৰ সঁচানে মিছা পৰীক্ষা কৰক।

(i) ৰেখা পোন আৰু দুয়ো দিশে অসীমলৈ বিস্তৃত।

(ii) আকাশ নীলা আৰু ঘাঁহ সেউজীয়া।

(iii) পৃথিৱীখন ঘূৰণীয়া আৰু সূৰ্যটো শীতল।

(iv) সকলো পৰিমেয় সংখ্যা বাস্তৱ আৰু সকলো বাস্তৱ সংখ্যাই জটিল।

(v) ২৫ হ'ল ৫ আৰু ৮ ৰ গুণিতক।

প্ৰশ্ন ৩ঃ তলৰ উক্তিবোৰৰ উপাদানবোৰ পৃথক কৰক। লগতে উপাদানবোৰ সঁচানে মিছা কওক।

(i) A আৰু B সংহতি দুটা সমান হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ($A \subseteq B$ আৰু $B \subseteq A$).

(ii) $|a|<2$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি ($a>-2$ আৰু $a<2$) হয়।

(iii) ΔABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $\angle B = \angle C$ হয়।

(iv) $7<5$ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি 7 এটা মৌলিক সংখ্যা নহয়।

(v) ΔABC এটা ত্ৰিভুজ হ'ব যদি আৰু কেৱল যদি $AB+BC>AC$ হয়।

*** ***** ***