অধ্যায় ৩ ঃ সংঘ (GROUP)

অধ্যায় গাঁথনি

৩.১ উদ্দেশ্য

৩.২ পৰিচয়

৩.৩ সংঘ

৩.৪ সংঘৰ ধৰ্মসমূহ

৩.৫ অধ্যায়টোৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৩.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৩.৭ অধিক জানিবলৈ

৩.৮ আৰ্হি প্ৰশ্ন

৩.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টো অধ্যয়ন কৰি আপুনি অধোলিখিত বিষয়বোৰৰ সম্বন্ধে জানিব পাৰিব—

- সংঘ
- সংঘৰ ধৰ্মসমূহ

৩.২ পৰিচয়

দ্বিতীয় অধ্যায়ত আমি সংহতিৰ দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া বিষয়ে আলোচনা কৰিছোঁ। এই অধ্যায়ত সংঘৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব। সংঘ হ'ল এটা বীজগণিতীয় গাঁথনি, অর্থাৎ কেইটামান নির্দিষ্ট স্বীকার্য সিদ্ধ কৰা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াযুক্ত এটা অৰিক্ত সংহতি। বিমূর্ত বীজগণিতৰ অধ্যয়নত সংঘ-তত্ত্বই এক গুৰুত্বপূর্ণ স্থান অধিকাৰ কৰি আছে।

৩.৩ সংঘ

দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া $*$ যুক্ত এটা অৰিক্ত সংহতি G ক সংঘ (group) বুলি কোৱা হয় যদি তলৰ স্বীকার্যকেইটা সিদ্ধ হয়।

(i) সাহচর্য্য বিধি

$(a * b) * c = a * (b * c), \forall a, b, c \in G$

(ii) একক মৌলৰ অস্তিত্ব

G ত এনে এটা মৌল e আছে যাতে

$a * e = a = e * a, \forall a \in G.$

e ক একক মৌল বুলি কোৱা হয়।

(iii) বিপৰীত মৌলৰ অস্তিত্ব

প্ৰত্যেক $a \in G$ ৰ বাবে G ত এটা মৌল b আছে যাতে

$a * b = e = b * a$

b ক a ৰ বিপৰীত বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক a^{-1}ৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

তদুপৰি যদি দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া $*$ ক্ৰমবিনিময় হয়, তেনেহ'লে G ক আবেলীয় সংঘ (Abelian group) বুলি কোৱা হয়। স্মৰ্তব্য যে নিলছ হেনৰিক আবেল (1802–1829) আছিল নৰৱেৰ এজন প্ৰথিতযশা গণিতজ্ঞ।

টোকা ঃ 1. সংঘ হ'বলৈ হ'লে উপৰিউক্ত স্বীকাৰ্যকেইটা সিদ্ধ কৰা এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াযুক্ত অৰিক্ত সংহতি থাকিব লাগিব। পাছত আমি 'ধৰা হ'ল G এটা সংঘ' বুলি লিখিম। এইটো কথা মনত ৰাখিব লাগে যে G ত এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া আছে।

2. আমি দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াৰ প্ৰতীকটো বাদ দিম আৰু ab বুলিহে লিখিম। মনত ৰাখিব লাগিব যে এয়া আমাৰ সাধাৰণ পূৰণ নহয়।

3. দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াযুক্ত এটা অৰিক্ত সংহতি G ক **অৰ্ধসংঘ** (semigroup) বুলি কোৱা হয় যদিহে দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াটো সাহচৰ্য্য হয়।

সসীম আৰু অসীম সংঘ

এটা সংঘ G ক **সসীম সংঘ** (finite group) বুলি কোৱা হয় যদি G সংহতিটো সসীম, অন্যথাই ইয়াক **অসীম সংঘ** (infinite group) বুলি কোৱা হয়।

সংঘৰ ক্ৰম

এটা সসীম সংঘৰ G ৰ মৌলৰ সংখ্যাক G ৰ ক্ৰম (order) বুলি কোৱা হয়। প্ৰতীকৰ সহায়ত $0(G)$ বা $|G|$ ৰে বুজোৱা হয়।

উদাহৰণ ১ ঃ ধৰা হ'ল $G = \{1\}$

স্পষ্টত ঃ G ত পূৰণ এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া।

তদুপৰি সংঘৰ আটাইকেইটা স্বীকাৰ্য সিদ্ধ হয়।

$\therefore$ পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ অধীনত G এটা সংঘ।

তদুপৰি G এটা আবেলীয় সংঘ।

উদাহৰণ ২ ঃ ধৰা হ'ল $G = \{-1, 1\}$, অৰ্থাৎ G সংহতিটো একৰ বৰ্গমূল দুটাৰে গঠিত।

x	–1	1
–1	1	–1
1	–1	1

তালিকা ৩.১

(i) সাৰণীৰ পৰা আমি দেখিলোঁ যে G ত পূৰণ এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া।

(ii) আমি জানো যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ পূৰণে সাহচৰ্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ অধীনত একক মৌল হ'ল 1।

(iv) G ৰ প্ৰতিটো মৌলৰ G ত গুণাত্মক বিপৰীত আছে,

যথা 1 অৰ গুণাত্মক বিপৰীত 1।

–1 অৰ গুণাত্মক বিপৰীত –1.

∴ পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ অধীনত G এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি বাস্তৱ সংখ্যাৰ পূৰণে ক্ৰমবিনিময়ে বিধি মানি চলে।

∴ G এটা আবেলীয় সংঘ।

উদাহৰণ ৩ ঃ ধৰা হ'ল G = {z : z জটিল সংখ্যা আৰু $z^n=1$}, অৰ্থাৎ G সংহতিটো একৰ n তম মূলেৰে গঠিত। ($n \in IN$)

(i) ধৰা হ'ল $z_1, z_2 \in G$

∴ $z_1^n=1, z_2^n=1$

এতিয়া $(z_1 z_2)^n = z_1^n z_2^n = 1$ ∴ $z_1 z_2 \in G$

∴ G ত পূৰণ এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া।

(ii) আমি জানো যে জটিল সংখ্যাৰ পূৰণে সাহচর্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) $1 \in G$ আৰু $1z = z = z1, \forall z \in G$.

∴1 হ'ল একক মৌল।

(iv) ধৰা হ'ল $z \in G$. ∴$z^n = 1$

এতিয়া $\frac{1}{z}$ এটা জটিল সংখ্যা আৰু $\left(\frac{1}{z}\right)^n = \frac{1}{z^n} = 1$

$$\therefore \frac{1}{z} \in G$$

গতিকে, প্ৰত্যেক $z \in G$ ৰ বাবে, $\frac{1}{z} \in G$ যাতে $z\frac{1}{z}=1=\frac{1}{z}z$

∴ $\frac{1}{z}$ হ'ল z অৰ বিপৰীত।

∴ জটিল সংখ্যাৰ পূৰণৰ অধীনত G এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি, জটিল সংখ্যাৰ পূৰণে ক্ৰমবিনিময়ে বিধি মানি চলে।

∴ G এটা আবেলীয় সংঘ।

টোকা ঃ আমি দেখিলোঁ যে প্ৰত্যেক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n অৰ বাবে এটা n ক্ৰমৰ আবেলীয় সংঘ আছে।

উদাহৰণ ৪ ঃ Z অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি।

(i) ধৰা হ'ল $a, b \in Z$

∴ $a+b \in Z, \forall\ a, b \in Z$

Z অত যোগ এটা দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া।

(ii) আমি জানো যে অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগে সাহচর্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) $0 \in Z$ আৰু $a+0 = a = 0+a, \forall a \in Z$

∴ 0 একক মৌল।

(iv) প্ৰত্যেক $a \in Z$ অৰ বাবে, $-a \in Z$ যাতে $a+(-a) = 0 = (-a) +a$.

∴ যোগৰ অধীনত Z এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ ক্রমবিনিময়ে।

∴ যোগৰ অধীনত Z এটা আবেলীয় সংঘ।

টোকা ঃ Z এটা অসীম সংঘ।

সংঘৰ আন কেইটামান উদাহৰণ

- যোগৰ অধীনত Q এটা আবেলীয় সংঘ।
- যোগৰ অধীনত IR এটা আবেলীয় সংঘ।
- পূৰণৰ অধীনত অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি Q_0 এটা আবেলীয় সংঘ।
- পূৰণৰ অধীনত অশূন্য বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি IR_0 এটা আবেলীয় সংঘ।
- যোগৰ অধীনত C এটা আবেলীয় সংঘ।
- পূৰণৰ অধীনত অশূন্য জটিল সংহতি C_0 এটা আবেলীয় সংঘ।

উদাহৰণ ৫ ঃ ধৰা হ'ল G = $\left\{\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix} : \alpha \in IR\right\}$

(i) ধৰা হ'ল $A_\alpha = \begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix} \in G,$

$$A_\beta = \begin{pmatrix}\cos\beta & -\sin\beta\\ \sin\beta & \cos\beta\end{pmatrix} \in G\ ;\ \alpha, \beta \in IR$$

এতিয়া $A_\alpha\ A_\beta = \begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\beta & -\sin\beta\\ \sin\beta & \cos\beta\end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix}\cos(\alpha+\beta) & -\sin(\alpha+\beta)\\ \sin(\alpha+\beta) & \cos(\alpha+\beta)\end{pmatrix} = A_{\alpha+\beta} \in G$$

অর্থাৎ G ত মৌলকক্ষৰ পূৰণ এটা দ্বৈত প্রক্রিয়া।

(ii) আমি জানো যে মৌলকক্ষৰ পূৰণে সাহচর্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) $I = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix}\cos 0 & -\sin 0\\ \sin 0 & \cos 0\end{pmatrix} \in G$$

আৰু $A_\alpha I = A_\alpha = IA_\alpha, \forall A_\alpha \in G$.

∴ I হ'ল একক মৌল।

(iv) $|A_\alpha| = \begin{vmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{vmatrix}$

$$= \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \neq 0$$

$\therefore$ $A_\alpha{}^{-1}$ আছে

$$\therefore \text{adj}A_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\therefore A_\alpha{}^{-1} = \frac{1}{|A_\alpha|} adj\ A_\alpha$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{pmatrix} \in G$$

$\therefore$ মৌলকক্ষৰ পূৰণৰ অধীনত G এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি $A_\alpha A_\beta = A_{\alpha+\beta} = A_{\beta+\alpha} = A_\beta A_\alpha$

$\therefore$ G এটা আবেলীয় সংঘ।

উদাহৰণ ৬ ঃ ধৰা হ'ল G = $\left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in IR,\ x \neq 0 \right\}$

(i) ধৰা হ'ল $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in G,\ \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} \in G$

$x, y \in IR,\ x \neq 0,\ y \neq 0$

এতিয়া $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix} \in G,\ xy \in IR,\ xy \neq 0$

(ii) আমি জানো যে মৌলকক্ষৰ পূৰণে সাহচর্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \in G$

আৰু $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{2}+\frac{x}{2} & \frac{x}{2}+\frac{x}{2} \\ \frac{x}{2}+\frac{x}{2} & \frac{x}{2}+\frac{x}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$

$\therefore \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ হ'ল একক মৌল।

(iv) প্ৰত্যেক $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in G$ ৰ বাবে $\begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix} \in G$

যাতে $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$ অৰ বিপৰীত হ'ল $\begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix}$.

$\therefore$ মৌলকক্ষৰ পূৰণৰ অধীনত G এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি $\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix} 2yx & 2yx \\ 2yx & 2yx \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$

$\therefore$ G এটা আবেলীয় সংঘ।

টোকা ঃ উপৰিউক্ত উদাহৰণটোত একক মৌল $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

উদাহৰণ ৭ ঃ ধৰা হ'ল 1 অৰ বাহিৰে সকলো পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতিটো G. G ত $*$ এনেদৰে সংজ্ঞাৱদ্ধ কৰা হ'ল— $a * b = a+b-ab, \forall\ a, b \in G$

(i) G ত $*$ এটা দ্বৈত প্রক্রিয়া।

[দ্রষ্টব্য অধ্যায় 2 ৰ উদাহৰণ 10]

(ii) G ত $*$ এ সাহচর্য্য বিধি মানি চলে।

(iii) $0 \in G$ আৰু

$a * 0 = a + 0 - a0 = a$

$0 * a = 0 + a - 0a = a$

$\therefore *$ সাপেক্ষে 0 একক মৌল।

(iv) প্রত্যেক $a \in G$ ৰ বাবে, $\frac{a}{a-1} \in G$ যাতে

$$a * \frac{a}{a-1} = 0 = \frac{a}{a-1} * a$$

$\therefore *$ সাপেক্ষে a ৰ বিপৰীত $\frac{a}{a-1}$.

$\therefore$ $*$ সাপেক্ষে G এটা সংঘ।

(v) তদুপৰি, $*$ ক্ৰমবিনিময়ে়।

[দ্ৰষ্টব্য অধ্যায় 2 ৰ উদাহৰণ 10]

$\therefore$ G এটা আবেলীয় সংঘ।

৩.৪ সংঘৰ ধৰ্মসমূহ

উপপাদ্য ১ ঃ ধৰা হ'ল G এটা সংঘ। তেনেহ'লে

(i) একক মৌল অদ্বিতীয় (unique);

(ii) G ৰ প্ৰত্যেক মৌলৰ বিপৰীত অদ্বিতীয়;

(iii) $(a^{-1})^{-1} = a$, $\forall a \in G$, য'ত a^{-1} এ a ৰ বিপৰীত বুজাইছে;

(iv) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$, $\forall a, b \in G$

(v) $ab = ac \Rightarrow b = c$, (বাওঁ বিলোপন বিধি)

$ba = ca \Rightarrow b = c$, (সোঁ বিলোপন বিধি) $\forall a, b, c \in G$.

প্ৰমাণ ঃ (i) যদি সম্ভৱ, ধৰা হ'ল Gৰ দুটা একক মৌল e, f.

$\therefore ef = e = fe$ [Θ f একক মৌল]

আকৌ $ef = f = fe$ [Θ e একক মৌল]

$\therefore e = f$

গতিকে, একক মৌল অদ্বিতীয়।

(ii) ধৰা হ'ল $a \in G$ আৰু G ৰ একক মৌল e.

যদি সম্ভৱ, ধৰা হ'ল b আৰু c, a ৰ দুটা বিপৰীত।

$\therefore ab = e = ba$ [Θ b, a ৰ বিপৰীত]

$ac = e = ca$ [Θ c, a ৰ বিপৰীত]

এতিয়া $b = be$ [Θ e একক মৌল]

$= b(ac)$ [Θ $e = ac$]

$= (ba)c$ [সাহচর্য্য বিধিৰ পৰা]

$= ec$

$= c$ [Θ e একক মৌল]

গতিকে a ৰ বিপৰীত অদ্বিতীয়।

(iii) আমি জানো $aa^{-1} = e = a^{-1}a$

$\therefore a^{-1}$, a ৰ বিপৰীত, তেনেদৰে a, a^{-1} ৰ বিপৰীত।

$\therefore (a^{-1})^{-1} = a$

(iv) ধৰা হ'ল G ৰ একক মৌল e আৰু $a, b \in G$

এতিয়া $(ab)(b^{-1}a^{-1}) = a(bb^{-1})a^{-1}$

$= a\ e\ a^{-1}$

$= aa^{-1}$

$= e$

$(b^{-1}a^{-1})(ab) = b^{-1}(a^{-1}a)b$

$= b^{-1}\ eb$

$= b^{-1}\ b$

$= e$

$\therefore$ $b^{-1}a^{-1}$, abৰ বিপৰীত, অৰ্থাৎ, $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

(v) $ab = ac$

$\Rightarrow a^{-1}(ab) = a^{-1}(ac)$

$\Rightarrow (a^{-1}a)b=(a^{-1}a)c$, [সাহচর্য্য বিধিৰ পৰা]

$\Rightarrow eb = ec$

$\Rightarrow b = c$, [Θ e একক মৌল]

আকৌ $ba = ca$

$\Rightarrow (ba)a^{-1} = (ca)\ a^{-1}$

$\Rightarrow b(aa^{-1}) = c(aa^{-1})$ [সাহচর্য্য বিধিৰ পৰা]

$\Rightarrow be = ce$

$\Rightarrow b = c$ [Θ e একক মৌল]

উদাহৰণ ৮ ঃ যদি এটা সংঘ G ত, প্ৰত্যেক মৌল নিজেই নিজৰ বিপৰীত হয়, প্ৰমাণ কৰক যে G আবেলীয়।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল G এটা সংঘ। ধৰা হ'ল $a, b \in G$

$\therefore$ $a^{-1} = a$, $b^{-1} = b$ (দিয়া আছে)

এতিয়া $ab = (ab)^{-1}$ (দিয়া আছে)

$= b^{-1}\ a^{-1}$ [উপপাদ্য ১ (iv)]

$\therefore$ G আবেলীয়।

উদাহৰণ ৯ ঃ প্ৰমাণ কৰক যে এটা সংঘ G আবেলীয় হ'ব যদি আৰু যদিহে $(ab)^2 = a^2b^2$, $\forall$ $a, b \in G$.

সমাধান ঃ $(ab)^2 = a^2\ b^2$

$\Leftrightarrow$ $(ab)\ (ab) = (aa)\ (bb)$

$\Leftrightarrow$ $a(ba)b = a(ab)b$

$\Leftrightarrow$ $(ba)b = (ab)b$, [বাওঁ বিলোপন বিধিৰ পৰা]

$\Leftrightarrow$ $ba = ab$, [সোঁ বিলোপন বিধিৰ পৰা]

$\Leftrightarrow$ G আবেলীয়



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ঃ দেখুৱাওক যে একৰ ঘনমূল কেইটাৰ দ্বাৰা গঠিত $G = \{1, \omega, \omega^2\}$ সংহতিটো পূৰণ প্রক্রিয়াৰ অধীনত এটা সংঘ। (ω একৰ এটা জটিল ঘনমূল)

প্রশ্ন নং ২ঃ দেখুৱাওক যে বাস্তৱ সংখ্যাত সকলো 2 x 2 অক্ষীয়মান মৌলকক্ষেৰে (non-singular matrices) গঠিত G সংহতিটো মৌলকক্ষৰ পূৰণৰ অধীনত এটা সংঘ।

প্রশ্ন নং ৩ঃ ধৰা হ'ল $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : x \in IR, x \neq 0 \right\}$ দেখুৱাওক যে মৌলকক্ষৰ পূৰণৰ অধীনত G এটা আবেলীয় সংঘ।

প্রশ্ন নং ৪ঃ কোনো সংঘ G ৰ প্রতিটো মৌল a ৰ বাবে যদি $a^2 = e$ হয়, প্রমাণ কৰক যে G আবেলীয়। (e হ'ল Gৰ একক মৌল)



৩.৫ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- সংঘ হ'ল এটা বীজগণিতীয় গাঁথনি, অর্থাৎ কেইটামান নির্দিষ্ট স্বীকার্য্য সিদ্ধ কৰা দ্বৈত প্রক্রিয়াযুক্ত এটা অৰিক্ত সংহতি।
- সংঘৰ প্রাথমিক ধর্মসমূহ আলোচনা কৰা হ'ল।



৩.৬ অধিক জানিবলৈ

1) Lanski, Charles : *Concepts in Abstract Algebra*, (First Indian edition, 2010) American Mathematical Society.
2) Vasistha, A. R. : *Modern Algebra (Abstract algebra),* Krishna Prakashan Media (p) Ltd. Meerut-250001 (U. P).
3) Vinberg, E. B. : *A course in Algebra* (First Indian edition, 2009), American Mathematical Society).

4) Vatsa, B. S. and Vatsa, Suchi : *Modern Algebra*, New Age International (p) Ltd., New Delhi-110002.

5) Sen, M. K, Ghosh, Shamik and Mukhopadhyay, Parthasarthi : *Topics in Abstract Algebra,* Universities Press (India) Pvt. Ltd., Hyderabad, 500029.



৩.৭ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰক।

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰক।

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰক।

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰক।



৩.৮ আৰ্হি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ঃ ধৰা হ'ল G অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি। G ত দ্বৈত প্রক্রিয়া $*$ এনেদৰে সংজ্ঞাৱদ্ধ কৰা হৈছে। $a * b = a+b-1;\ a, b \in G.$

দেখুৱাওক যে $*$ প্রক্রিয়াৰ অধীনত G এটা আবেলীয় সংঘ।

প্রশ্ন ২ঃ প্রমাণ কৰক যে এটা সংঘ G এটা আবেলীয় হ'ব যদি আৰু যদিহে $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$, $\forall\ a, b \in G.$

*** ***** ***