অধ্যায় ৫ ঃ সামতলিক বক্ৰৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য

অধ্যায় গাঁথনি

5.1 উদ্দেশ্য

5.2 পৰিচয়

5.4 সামতলিক বক্ৰৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ

5.7 অধ্যায়টোৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

5.8 অধিক জানিবলৈ

5.9 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান

5.10 আৰ্হি প্ৰশ্ন

৫.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টো অধ্যয়ন কৰি আপুনি—

- সামতলিক বক্ৰৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ কৰিব পাৰিব।

৫.২ পৰিচয়

চতুর্থ অধ্যায়ত আমি সামতলিক বক্ৰই আওৰা অংশৰ কালি নিৰূপণ কৰিছো। এই অধ্যায়ত আমি সামতলিক বক্ৰৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ কৰিম।

৫.৪ সামতলিক বক্ৰৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ

ধৰা হ'ল $y = f(x)$ বক্ৰত $P(x, y)$আৰু $Q(x + \delta x, y + \delta y)$ দুটা ওচৰা ওচৰি বিন্দু। ধৰা হ'ল A ৰ পৰা P লৈ চাপটোৰ দৈর্ঘ্য s. আকৌ, ধৰা হ'ল P ৰ পৰা Q লৈ চাপৰ দৈর্ঘ্য δs.

P আৰু Q ৰ পৰা ক্ৰমে x-অক্ষৰ ওপৰত PM আৰু Q N লম্ব টনা হ'ল। PS হ'ল Q N অৰ ওপৰত লম্ব। জ্যা PQ সংলগ্ন কৰা হ'ল। চিত্ৰ 3.9 অৰ পৰা আমি পাওঁ

$(\text{জ্যা } PQ)^2 = (PS)^2 + (QS)^2$

$\Rightarrow (\text{জ্যা } PQ)^2 = (\delta x)^2 + (\delta y)^2$

উভয় পক্ষক $(\delta x)^2$ ৰে হৰণ কৰি আমি পাওঁ $\left(\frac{\text{জ্যা } PQ}{\text{চাপ}\delta x}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\frac{\text{জ্যা } PQ}{\text{চাপ } PQ} \cdot \frac{\text{জ্যা } PQ}{\text{চাপ}\,\delta x}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{\text{জ্যা PQ}}{\text{চাপ PQ}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\delta s}{\delta x}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)^2$$

এতিয়া বক্ৰটোত $Q \to P$ হ'লে, $\delta x \to 0$ আৰু সেয়ে আমি পাম

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \qquad \left[\lim_{Q \to P}\left(\frac{PQ}{PQ}\right) = 1\right]$$

গতিকে x বাঢ়িলে যদি s বাঢ়ে, তেতিয়া হ'লে আমি পাম $\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$.

অনুকলন কৰি আমি পাম

$$s = \int_a^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$ য'ত a হ'ল A বিন্দুটোৰ ভুজ।

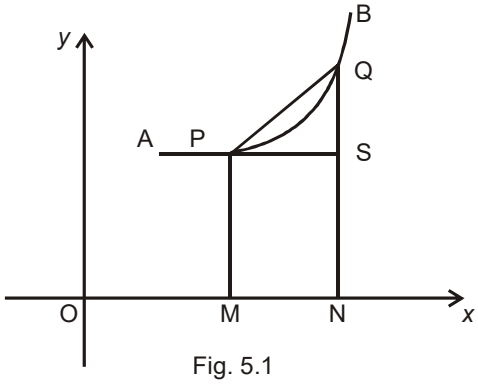


Fig. 5.1

গতিকে, $y = f(x)$ বক্ৰৰ $x = a$ আৰু $x = b$ ৰ মাজৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

য'ত $b > a$.

টোকা ঃ যদি বক্ৰটোৰ সমীকৰণ $x = f(y)$ হয়, তেনেহ'লে $y = c$ আৰু $y = d$ ৰ মাজৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য হ'ল $\int_c^d \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dy$, $d > c$.

ব্যাখ্যাসূচক উদাহৰণ

উদাহৰণ 1 ঃ $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তটোৰ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত $x^2 + y^2 = a^2$

x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

∴বক্ৰটোৰ সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য (অর্থাৎ পৰিধি)

= 4 × প্ৰথম চোকৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য

$$= 4\int_{x=0}^{x=a} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

$$= 4\int_0^a \sqrt{\frac{a^2}{a^2 - x^2}}\,dx$$

$$= 4a\int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}\,dx$$

$$= 4a\left[\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\right]_0^a$$

$$= 4a\left[\sin^{-1}(1) - \sin^{-1}(0)\right] = 4a\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = 2\pi a$$

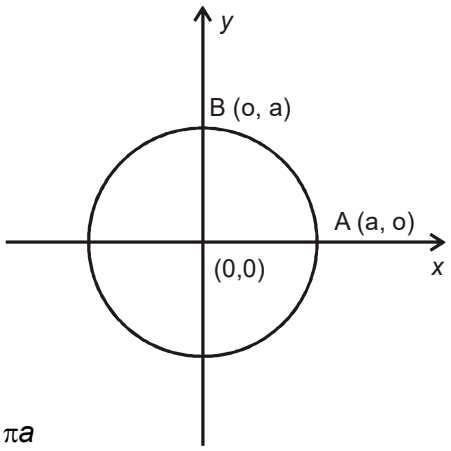


Fig. 5.2

উদাহৰণ 2 ঃ $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তৰ শীর্ষ বিন্দুৰ পৰা নাভি লম্বৰ এটা মূৰলৈ চাপটোৰ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তৰ বাবে শীর্ষ বিন্দু O ৰ স্থানাংক (0, 0) নাভিলম্ব LSL$'$ অৰ এটা মূৰ L অৰ স্থানাংক (a, 2a). এতিয়া আমি OL চাপৰ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কৰিব লাগে।

এতিয়া, $y^2 = 4ax$

x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$2y\frac{dy}{dx} = 4a,$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2a}{y},$$

বা $$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{2a} \quad \ldots(i)$$

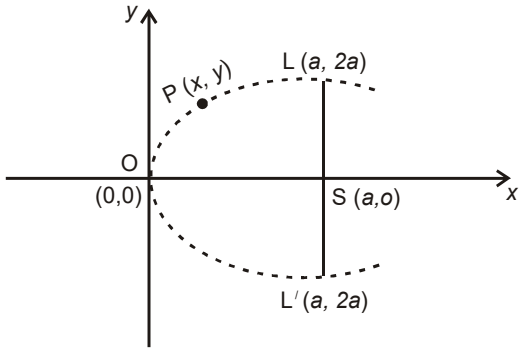


Fig. 5.3

এতিয়া $$\left(\frac{ds}{dy}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2$$

$$= 1 + \left(\frac{y}{2a}\right)^2$$

$$= \frac{4a^2 + y^2}{4a^2}$$

$$\therefore \frac{ds}{dx} = \sqrt{\frac{4a^2 + y^2}{4a^2}} \Rightarrow ds = \frac{1}{2a}\sqrt{4a^2 + y^2}\,dy$$

$$s = \int_{y=0}^{y=2a} \frac{1}{2a}\sqrt{4a^2 + y^2}\,dy$$

$$= \frac{1}{2a}\left[\frac{y}{2}\sqrt{4a^2+y^2} + \frac{4a^2}{2}\log\left\{y+\sqrt{4a^2+y^2}\right\}\right]_0^{2a}$$

$$= \frac{1}{2a}\left[\frac{2a}{2}\sqrt{4a^2+4a^2} + 2a^2\log\left(2a+\sqrt{4a^2+4a^2}\right) - 2a^2\log 2a\right]$$

$$= \frac{1}{2a}\left[a.2a\sqrt{2} + 2a^2\log\left(2a+2a\sqrt{2}\right) - 2a^2\log 2a\right]$$

$$= a\left[\sqrt{2}+\log\left(1+\sqrt{2}\right)\right]$$

উদাহৰণ 3 ঃ $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ বক্ৰটোৰ সম্পূৰ্ণ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ কৰক।

সমাধান ঃ বক্ৰটোৰ আকৃতি চিত্ৰ 3.12 ত দেখুওৱা হৈছে। বক্ৰটো উভয় অক্ষ সাপেক্ষে প্ৰতিসম। বক্ৰটোৱে x-অক্ষক A (a, o) আৰু C $(-a, o)$ বিন্দুত কাটে। আকৌ ই y-অক্ষক B (o, a) আৰু D $(o, -a)$ বিন্দুত কাটে। চিত্ৰৰ পৰা 3.12 ৰ পৰা আমি পাওঁ যে প্ৰথম চোকত বক্ৰটোৰ চাপ A (a, o) ৰ পৰা B(o,a)লৈ আছে।

এতিয়া $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$

x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{x}{y}\right)^{-1/3} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1/3}$$

$$\therefore 1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1+\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}} = \frac{x^{2/3}+y^{2/3}}{x^{2/3}} = \frac{a^{2/3}}{x^{2/3}}$$

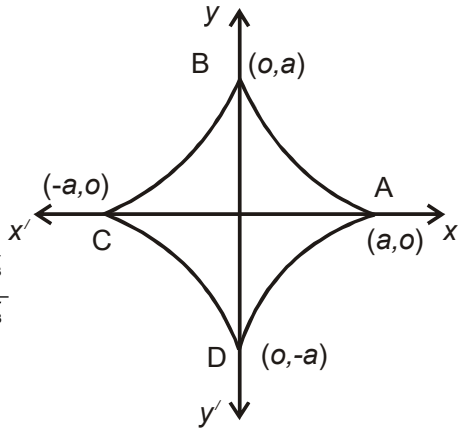


Fig. 5.4

$\therefore$ বক্ৰটোৰ সম্পূৰ্ণ দৈর্ঘ্য

$$= 4\times\int_0^a\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx = 4\int_0^a\sqrt{\frac{a^{2/3}}{x^{2/3}}}dx$$

$$= 4a^{1/3}\int_0^a x^{-1/3}dx = 4a^{1/3}\left[\frac{3}{2}x^{2/3}\right]_0^a = 6a^{1/3}.a^{2/3}$$

$$= 6a$$



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ

প্ৰশ্ন নং 1 ঃ $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তটোৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং 2 ঃ $x^2=4ay$ অধিবৃত্তক ইয়াৰ নাভি লম্বই কটা অংশৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং 3 ঃ $y^2=4ax$ অধিবৃত্তক $y=3x$ ৰেখাডালে যি দুটা বিন্দুত কাটে, সেই বিন্দু দুটাৰ মাজৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং 4 ঃ $x^2 = 4y$ অধিবৃত্তৰ শীর্ষ বিন্দুৰ পৰা $x = 2$ বিন্দুৰ মাজৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং 5 ঃ অধোলিখিত বক্ৰবোৰৰ নির্দিষ্ট বিন্দুদ্বয়ৰ মাজৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ কৰক।

(a) $y = \log \sec x$, $x = 0$ আৰু $x = \pi/3$

(b) $4y + \log x - 2x^2 = 0$, $x = 1$ আৰু $x = 2$

(c) $ay^2 = x^3$, (0, 0) বিন্দুৰ পৰা (a, a) বিন্দুৰ মাজৰ

(d) $6xy - x^4 = 3$, $x = 1$ অৰ পৰা $x = 2$

(e) $y = ae^x$, (o, a) আৰু (x, y) বিন্দুৰ মাজৰ

প্ৰশ্ন নং 6 ঃ দেখুওৱাক যে $3ay^2 = x(x-a)^2$ বক্ৰৰ চক্ৰৰৰ্তনীৰ দৈর্ঘ্য $4a/\sqrt{3}$.

প্ৰশ্ন নং 7 ঃ $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$ বক্ৰৰ সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং 8 ঃ $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$ বক্ৰৰ প্ৰথম চোকত থকা অংশৰ $x = 0$ ৰ পৰা $x = 8$ অলৈ দৈর্ঘ্য নিৰূপণ কৰক।



৫.৭ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- $y = f(x)$ বক্ৰৰ $x = a$ আৰু $x = b$ বিন্দু দুটাৰ মাজত থকা চাপৰ দৈর্ঘ্য

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx,\ b > a.$$

- $y = f(y)$ বক্ৰৰ $y = c$ আৰু $y = d$ বিন্দু দুটাৰ মাজত থকা চাপৰ দৈর্ঘ্য

$$S = \int_c^d \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dy,\ d > c.$$



৫.৮ অধিক জানিবলৈ

1) *Integral Calculus,* Kishan, Hari, Atlantic Publishers & Distributors. New Delhi -110027.

2) *Integral Calculus*, Dhami, H.S. New age International Publishers, New Delhi - 110002.

3) *Text book of Integral Calculus*, Sharma, A.K. Discovery Publishing House, New Delhi -110002.



৫.৯ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ বক্ৰটোৰ সমীকৰণ হ'ল $x^2 + y^2 = a^2$ ... (1)

বক্ৰটো হ'ল এটা বৃত্ত, ইয়াৰ কেন্দ্ৰ (0, 0) আৰু ব্যাসার্ধ a. আকৌ ই দুয়োটা অক্ষ সাপেক্ষে প্রতিসম। গতিকে নির্ণেয় পৰিসীমা হ'ব প্রথম চোকত চাপৰ দৈর্ঘ্যৰ চাৰিগুণ। অর্থাৎ $x = 0,\ x = a$.

(1) অক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ $2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$

বা $\frac{dy}{dx} = -\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ (1)অৰ পৰা

$\therefore$ নির্ণেয় পৰিসীমা = 4 $\times$ {প্রথম চোকত (0, a) আৰু (a, 0)ৰ মাজত থকা চাপৰ দৈর্ঘ্য}

$$= 4\int_{x=0}^{a} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}dx$$

$$= 4\int_{x=0}^{a} \sqrt{\left[1 + \frac{x^2}{a^2 - x^2}\right]}dx$$

$$= 4a\int_{0}^{a} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}dx$$

$$= 4a\left[\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\right]_0^a$$

$$= 4a\left[\sin^{-1}1 - \sin^{-1}0\right]$$

$$= 4a\left[\frac{\pi}{2} - 0\right]$$

$$= 2\pi a \cdot$$

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ঃ নিজে চেষ্টা কৰক

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ঃ বক্ৰ দুটা হ'ল $y^2 = 4ax$ ... (1)

আৰু $y = 3x$ ... (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

$$y^2 = 4a\left(\frac{y}{3}\right)$$

বা $3y^2 - 4ay = 0$

বা $y(3y - 4a) = 0$

বা $y = 0, \frac{4a}{3}$

গতিকে অধিবৃত্ত আৰু ৰেখাডালৰ ছেদ বিন্দুৰ স্থানাংক হ'ল (0, 0) আৰু $\left(\frac{4a}{9}, \frac{4a}{3}\right)$.

আকৌ (1) অক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি, আমি পাওঁ $2y\frac{dy}{dx} = 4a$.

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2a}{y}$$

$$\text{বা } \frac{dx}{dy} = \frac{y}{2a}$$

(0, 0) বিন্দুৰপৰা $\left(\frac{4a}{9}, \frac{4a}{3}\right)$ বিন্দুলৈ অধিবৃত্তটোৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য S হ'লে,

$$S = \int_0^{\frac{4a}{3}} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]} dy$$

$$= \int_0^{\frac{4a}{3}} \sqrt{\left[1 + \frac{y^2}{4a^2}\right]} dy$$

$$= \frac{1}{2a}\int_0^{\frac{4a}{3}} \sqrt{\left(y^2+4a^2\right)}dy$$

$$= \frac{1}{2a}\left[\frac{y}{2}\sqrt{\left(y^2+4a^2\right)}+\frac{4a2}{2}\log\left\{y+\sqrt{\left(y^2+4a^2\right)}\right\}\right]_0^{\frac{4a}{3}}$$

$$= \frac{1}{2a}\left[\frac{1}{2}\frac{4}{3}a\sqrt{\left(\frac{16}{9}a^2+4a^2\right)}+2a^2\log\left\{\frac{4}{3}a^2+\frac{2}{3}a\sqrt{13}\right\}-2a^2\log(2a)\right]$$

$$= a\left[\frac{2}{9}\sqrt{13}+\log\left\{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{13}\right\}\right]$$

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক।

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ (a) প্ৰদত্ত বক্ৰটো হ'ল $y = \log\sec x$ ... (1)

(1) অক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sec x}\sec x\tan x = \tan x$$

এতিয়া $\left(\frac{ds}{dx}\right)^2 = 1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1+\tan^2 x = \sec^2 x$ ... (2)

বৰ্ধিত x-অৰ দিশত $x = 0$ৰ পৰা যদি প্ৰদত্ত বক্ৰটোৰ চাপৰ দৈর্ঘ্য S জোখা হয়, তেনেহ'লে

$$\frac{dS}{dx} = \sec x \quad \text{বা} \quad dS == \sec x dx$$

গতিকে যদি $x = 0$ৰ পৰা $x = \frac{\pi}{3}$ লৈ S_1এ চাপৰ দৈর্ঘ্য বুজায়, তেনেহ'লে

$$\int_0^{S_1} dS = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x dx = \left[\log(\sec x+\tan x)\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

বা $S_1 = \left[\log\left(\sec\frac{\pi}{3}+\tan\frac{\pi}{3}\right)-\log 1\right] = \log\left(2+\sqrt{3}\right).$

(b) প্ৰদত্ত বক্ৰটো হ'ল $4y+\log x-2x^2 = 0$

$$\text{বা } y = \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}\log x \quad \text{... (1)}$$

x অক (1) সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{dy}{dx} = x-\frac{1}{4x} = \frac{4x^2-1}{4x}$$

$$\therefore \text{উলিয়াবলগীয়া বক্ৰটোৰ দৈর্ঘ্য } = \int_1^2 \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\left\{1+\frac{\left(4x^2-1\right)}{16x^2}\right\}}dx$$

$$= \int_1^2 \frac{4x^2+1}{4x}dx$$

$$= \int_1^2 \left(x+\frac{1}{4x}\right)dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2}+\frac{\log x}{4}\right]_1^2$$

$$= \frac{3}{2}+\frac{1}{4}\log 2 .$$

(c) প্ৰদত্ত বক্ৰটো হ'ল $ay^2 = x^3$ ... (1)

বক্ৰটো x-অক্ষ সাপেক্ষে প্ৰতিসম। $x=0$ৰ পৰা $x=a$ লৈ প্ৰথম চোকত থকা চাপটোৰ দৈর্ঘ্য উলিয়াব লাগে।

(1)অক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ $2ay\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x^2$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{2ay} = \frac{3x^2}{2a\left(\frac{x^3}{a}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad \text{(1)অৰ পৰা } y \text{ বহুৱাই}$$

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$\therefore \text{উলিয়াবলগীয়া দৈর্ঘ্য } = \int_0^a \sqrt{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}dx$$

$$= \int_0^a \sqrt{\left\{1+\frac{9x}{4a}\right\}}dx$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{a}}\int_0^a (9x+4a)^{\frac{1}{2}}dx$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{a}}\left[\frac{2}{3}..(9x+4a)^{\frac{3}{2}}.\frac{1}{9}\right]_0^a$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{a}}\left[(13a)^{\frac{3}{2}} - (4a)^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$= \frac{a}{27}\left[13\sqrt{13} - 8\right].$$

(d) নিজে চেষ্টা কৰক।

(e) নিজে চেষ্টা কৰক।

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ প্ৰদত্ত বক্ৰটো x-অক্ষ সাপেক্ষে প্ৰতিসম।

$y = 0$ হ'লে $x = 0$ আৰু $x = a$.

গতিকে, চক্ৰৰ্তনীটোৰ বাবে xঅৰ মান 0 ৰ পৰা a লৈ সলনি হয়।

প্ৰদত্ত বক্ৰটোৰ সমীকৰণ হ'ল $3ay^2 = x(x-a)^2$.

উভয়পক্ষৰ ঘাতাংক লৈ আমি পাওঁ $\log 3a + 2\log y = \log x + 2\log(x-a)$

x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ $\frac{2}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x-a} = \frac{3x-a}{x(x-a)}$

$$\Rightarrow \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{(3x-a)^2}{x^2(x-a)^2}.\frac{y^2}{4}$$

$$= \frac{(3x-a)^2 x(x-a)^2}{x^2(x-a)^2.12a}$$

$$= \frac{(3x-a)^2}{12ax}$$

$$\therefore \frac{ds}{dx} = \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}} = \sqrt{1+\frac{(3x-a)^2}{12ax}} = \frac{3x+a}{\sqrt{12ax}}$$

$$\therefore \text{উলিয়াবলগীয়া দৈর্ঘ্য} = 2\int_0^a \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx$$

$$= 2\int_0^a \frac{3x+a}{\sqrt{12ax}}dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3a}}\int_0^a \left(3x^{\frac{1}{2}} + ax^{-\frac{1}{2}}\right)dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3a}}\left[3.\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2ax^{\frac{1}{2}}\right]_0^a$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3a}}\left[4a^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$= \frac{4a}{\sqrt{3}}.$$

৭ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ঃ নিজে চেষ্টা কৰক।

৮ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ঃ নিজে চেষ্টা কৰক।



৫.১০ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ ঃ $y = \log\sec x$ বক্ৰৰ x = 0 আৰু $x = \pi/3$ ৰ মাজত থকা অংশৰ দৈর্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ২ ঃ $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ৩ ঃ $\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1$ হাইপ'ছাইক্লইডৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ৪ ঃ প্ৰমাণ কৰক যে $3ay^2 = x(x-a)^2$ বক্ৰৰ চক্কৰৰ্তনীৰ দৈর্ঘ্য $4a\sqrt{3}$.

প্ৰশ্ন ৫ ঃ $x^2 = 4y$ অধিবৃত্তৰ শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা $x = 2$ বিন্দুলৈ থকা চাপটোৰ দৈর্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰক।

*** ***** ***