অধ্যায় ১ ঃ সংহতি (SETS)

অধ্যায় গাঁথনি

১.১ উদ্দেশ্য

১.২ পৰিচয়

১.৩ সংহতি আৰু সংহতিৰ উপস্থাপন

১.৪ ৰিক্ত সংহতি

১.৫ সসীম আৰু অসীম সংহতি

১.৬ সমান সংহতি

১.৭ উপ-সংহতি, অধি-সংহতি, প্ৰকৃত উপ-সংহতি

১.৮ ঘাত সংহতি

১.৯ নিত্য সংহতি

১.১০ ভেন চিত্ৰ

১.১১ সংহতি সংক্ৰিয়া

১.১১.১ সংহতিৰ মিলন

১.১১.২ সংহতিৰ ছেদন

১.১১.৩ সংহতিৰ অন্তৰ

১.১১.৪ পূৰক সংহতি

১.১২ সংহতিৰ বীজগণিতীয় নিয়ম

১.১৩ সংহতিৰ মিলনত থকা উপাদানৰ মুঠ সংখ্যা নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতি

১.১৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

১.১৫ অধিক জানিবলৈ

১.১৬ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান

১.১৭ আৰ্হি প্ৰশ্ন

১.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি—

- সংহতি আৰু সংহতিৰ উপস্থাপন বৰ্ণনা কৰিব পাৰিব
- ৰিক্ত সংহতি, সসীম আৰু অসীম সংহতি চিনাক্ত কৰিব পাৰিব
- উপ-সংহতি, অধি-সংহতি, ঘাত সংহতি আৰু নিত্য সংহতিৰ সংজ্ঞা দিব পাৰিব
- সংহতিৰ জ্যামিতিক বৰ্ণনাত ভেনচিত্ৰৰ ব্যৱহাৰ সম্পৰ্কে বুজাব পাৰিব
- মিলন, ছেদন, অন্তৰ আৰু পূৰক সংহতি সংক্ৰিয়াসমুহ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব

- সংহতি সংক্রিয়াৰ বিভিন্ন বীজগণিতীয় নিয়মৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- ব্যৱহাৰিক সমস্যা সমাধানত সংহতি কেনেদৰে প্ৰয়োগ কৰা হয় সেয়া বহলাই বুজাব পাৰিব।

১.২ পৰিচয়

বৰ্তমান সময়ত গণিতত বহুলভাৱে ব্যৱহৃত ধাৰণা এটা হ'ল সংহতিধাৰণা। ইয়াক আধুনি গণিতৰ ভাষা বুলি গণ্য কৰা হয়। শুদ্ধ গণিত (Pure Mathematics) নাইবা গণিত (Abstract Mathematics)ৰ সমগ্ৰ গাঁথনিটোৱেই সংহৰি ধাৰণাটোৰওপৰত ভিত্তি কৰি বিকশিত হৈছে। জাৰ্মান গণিতজ্ঞ **জ'র্জ কেণ্ট'ৰ (Georg Cantor** 1845-1918**)**-এ সংহতিৰ সূত্ৰ বিকশিত কৰিছিল। পৰৱৰ্তী সময়ত এই সূত্ৰটোৰ আলমত আধুনিক গণিতৰ আন বহুতো শাখাৰ বিকাশ ঘটিছিল। এই অধ্যায়টিত সংহতিৰ প্ৰাথমিক ধাৰণা, সংহতি সংক্রিয়া আৰু সংহতিৰ ব্যৱহাৰক উপযোগিতা বিষয়ক কিছুমান ধাৰণাৰ সৈতে আপোনালোকক পৰিচয় কৰাই দিয়া হ'ব।

১.৩ সংহতি আৰু সংহতিৰ উপস্থাপন (SETS AND THEIR REPRESENTATION)

সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বস্তুৰ সংগ্ৰহ/সমষ্টিকে সংহতি বোলে। বস্তুৰ এক নিৰ্দিষ্ট সংগ্ৰহ অথবা সমষ্টি আৰু সেই সংগ্ৰহ অথবা সমষ্টিৰ অংশ কোনো এটা বস্তু সেই নিৰ্দিষ্ট সংগ্ৰহ/সমষ্টিটোৰ সদস্য হয়নে নহয় সেয়া পৰীক্ষা কৰি চোৱাটো যদি সম্ভৱ, তেন্তে তেনে সংহতিক 'সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ' বুলি কোৱা হয়।

সংহতি এটাত অন্তৰ্ভুক্ত কৰা বস্তুবোৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট ধৰণৰ হ'বও পাৰে নহ'বও পাৰে— বস্তুবোৰৰ কোনো উমৈহতীয়া গুণ/বৈশিষ্ট্য নাথাকিবও পাৰে। তলৰ সংগ্ৰহ/সমষ্টিকেইটালৈ মন কৰক ঃ

i) 15 তকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ। যেনে— 2, 3, 5, 7, 11, 13
ii) 0, a, শচীন তেণ্ডুলকাৰ, ব্ৰহ্মপুত্ৰ
iii) ভাৰতৰ ধুনীয়া চহৰবোৰৰ সমষ্টি
iv) মহান গণিতজ্ঞসকলৰ সমষ্টি

(i) আৰু (ii)ৰ সদস্য উপাদানবোৰ সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বুলি কোৱা হয়। কাৰণ, আমি পৰীক্ষা কৰি চাই ক'ব পাৰো যে 7 সংখ্যাটো (i)ৰ সদস্য হ'ব পাৰে, কিন্তু 20 সংখ্যাটো (i)ৰ সদস্য হ'ব নোৱাৰে। একেদৰে, 'ক' হ'ল (ii) নম্বৰ সংহতিৰ এক সদস্য, কিন্তু এম-এছ ধোনী (ii) নম্বৰ সংহতিৰ সদস্য নহয়। অৰ্থাৎ, (i) আৰু (ii) নম্বৰ সংগ্ৰহ দুটা সংহতি হ'ব। কিন্তু (iii) আৰু (iv) সংহতি নহয়। কাৰণ এই সংগ্ৰহ দুটাত থকা উপাদানবোৰৰ সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ নহয়।

সংহতি গঠন কৰা বস্তুবোৰক সংহতিটোৰ উপাদান (**elements)** অথবা সদস্য (**members)** বোলে। সংহতি বুজাবলৈ সাধাৰণতে বৰফলাৰ আখৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। যেনে— A, B, C, ...; X, Y, Z ইত্যাদি। সংহতিৰ উপাদানবোৰ সৰুফলাৰ আখৰেৰে বুজোৱা হয়। যেনে— a, b, c, ...; x, y, z, ..., ইত্যাদি।

যদি 'a' সংহতি A ৰ এটা উপাদান তেন্তে আমি প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰি ইয়াক $a \in A$ বুলি লিখিব পাৰিম। ইয়াক 'a সংহতি Aৰ অংশ' ('a belongs to the set of A') বুলি অথবা চমুকৈ 'a' Aৰ অংশ' ('a belongs to A') বুলি পঢ়া হয়। কিন্তু, যদি 'a' সংহতি A ৰ উপাদান নহয় তেন্তে ইয়াক $a \notin A$ বুলি লিখা হয় আৰু 'a সংহতি A' ৰ অংশ নহয়' (a does not belong to A) বুলি পঢ়া হয়।

উদাহৰণ ঃ ধৰা হ'ল, A হ'ল 15 তকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাৰ এটা সংহতি।

তেন্তে, $2 \in A, 3 \in A, 5 \in A, 7 \in A, 11 \in A, 14 \in A$

$1 \notin A, 4 \notin A, 17 \notin A.$

সংহতিৰ উপস্থাপন ঃ সংহতিবোৰক দুটা পদ্ধতিত উপস্থাপন কৰা হয়।

১) তালিকা অথবা সাৰণী পদ্ধতি (Roster or tabular method)

২) সংহতি নিৰ্মাণকাৰী অথবা দণ্ড পদ্ধতি (Set-builder or Rule method)

তালিকা পদ্ধতিত সংহতি এটাৰ উপাদানবোৰ যিকোনো ক্ৰমত লিখা হয়, ক'মা ব্যৱহাৰ কৰি উপাদানবোৰ পৃথক কৰা হয় আৰু বন্ধনীৰ ভিতৰত ৰখা হয়। যেনে—

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$B = \{0,$ a শচীন তেণ্ডুলকাৰ, ব্ৰহ্মপুত্ৰ$\}$

$C = \{1, 3, 5, 7, ...\}$

C হ'ল অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি। আমি আটাইকেইটা সংখ্যা লিখিব নোৱাৰো। সেয়েহে দুটামান সংখ্যা লিখাৰ পাছত বিন্দু দিয়া হয়। বিন্দুবোৰে তালিকাখন অসীমলৈ বিস্তৃত বুলি বুজায়।

দণ্ড পদ্ধতিত কোনো এটা সংহতিৰ উপাদানবোৰ উপস্থাপন কৰিবলৈ এটা x চলক ব্যৱহাৰ কৰা হয়। য'ত সংহতিটোৰ উপাদানবোৰে এটা নিৰ্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য পূৰণ কৰে, যেনে— P(x)। প্ৰতীক ৰূপত সংহতিটো $\{x : P(x)\}$ অথবা $\{x \mid p(x)\}$ বুলি লিখা হয়। উদাহৰণ ঃ

$A = \{x :$ x হ'ল এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

$B = \{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ইত্যাদি।

যদি আমি ওপৰৰ উদাহৰণ দুটা তালিকা পদ্ধতিত লিখোঁ, তেন্তে পাম,

$A = \{1, 3, 5, ...\}$

$B = \{1, 2\}$

সংহতি আৰু সংখ্যাৰ বাবে কেইটামান স্বীকৃত প্ৰতীক ঃ সংখ্যাৰ বিভিন্ন সংহতি উপস্থাপন কৰিবলৈ তলত দিয়া স্বীকৃত প্ৰতীকবোৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

টোকা

১) মনত ৰাখিব, '|' ৰ ':' প্ৰতীকটোৱে 'তেনে' (such that) বুজায়।

২) তালিকা পদ্ধতিৰে সংহতি লিখাৰ সময়ত কেৱল স্বতন্ত্ৰ উপাদানবোৰহে লিখা হয়। যেনে— যদি A 'MATHEMATICS' শব্দটোৰ এটা সংহতি, তেন্তে আমি লিখিম, $A = \{A, E, C, M, H, T, S, I\}$ ইয়াত, উ পাদানবোৰ যিকোনো ক্ৰমতে লিখিব পাৰি।

N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}, স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি

Z = {..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}, অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি

Q = $\{x : x = p/q; p, q \in Z, q \neq 0\}$, পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি

R = {x : x হ'ল এটা বাস্তৱ সংখ্যা}, বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি

Z^+, Q^+, R^+ সংহতিয়ে ক্ৰমে ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি, ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি আৰু ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি উপস্থাপন কৰে। একেদৰে, Z^-, Q^-, R^- সংহতিয়ে ক্ৰমে ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি, ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি আৰু ঋণাত্মক বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি উপস্থাপন কৰে। Z^0, Q^0, R^0 সংহতিয়ে ক্ৰমে অ-শূন্য (non-zero) অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি। অ-শূন্য পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি আৰু অ-শূন্য বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি উপস্থাপন কৰে।

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ ঃ

১) তলৰ কোনকেইটা সংহতি আৰু কোনকেইটা সংহতি নহয় পৰীক্ষা কৰি চাওক ঃ

i) ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ স্বৰবৰ্ণকেইটা

ii) 56 ৰ ভাজকবোৰ

iii) গুৱাহাটীৰ স্নাতক পাঠ্যক্ৰমৰ মেধাবী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীবোৰ

iv) অসমৰ নামজ্বলা ক্ৰিকেটাৰসকল

সমাধান ঃ

i) সংহতি, V = {a, e, i, o, u}

ii) সংহতি, D = {1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56}

iii) সংহতি নহয়, উপাদানবোৰ সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ নহয়।

iv) সংহতি নহয়, উপাদানবোৰ সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ নহয়।

২) তলৰ সংহতিবোৰ তালিকা পদ্ধতিত (Roster method) লিখক ঃ

i) 10 তকৈ সৰু যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি

ii) $x^2–5x+6 = 0$ সমীকৰণৰ বৰ্গমূলবোৰৰ সংহতি

iii) EXAMINATION শব্দটোত থকা আখৰবোৰৰ সংহতি

সমাধান ঃ

i) {2, 4, 6, 8}

ii) {2, 3}

iii) {E, X, A, M, I, N, T, O}

৩) তলৰ সংহতিবোৰ দণ্ড পদ্ধতিত (Rule method) লিখক ঃ

i) E = {2, 4, 6, ...}

ii) A = {2, 4, 8, 16, 32}

iii) B = {1, 8, 27, 64, 125, 216}

সমাধান ঃ

i) $E = \{x : x = 2n, n \in N\}$

ii) $A = \{x : x = 2^n, n \in N, n < 6\}$

iii) $B = \{x : x = n^3, n \in N, n \leq 6\}$



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ঃ তলৰ সংহতিবোৰ তালিকা পদ্ধতিত উপস্থাপন কৰক ঃ

i) A = {x : x সপ্তাহৰ এটা দিন}

ii) B = {x : x বছৰৰ এটা মাহ}

iii) $C = \{x : x^3 - 1 = 0\}$

iv) D = {x : x হ'ল 100 ৰ এটা ধনাত্মক ভাজক}

v) E = {x : x হ'ল ALGEBRA শব্দটোত থকা এটা আখৰ}

প্রশ্ন নং ২ঃ তলৰ সংহতিবোৰ সংহতি-নির্মাণকাৰী (Set-builder) পদ্ধতিত উপস্থাপন কৰক ঃ

i) A = {জানুৱাৰী, মার্চ, মে', জুলাই, আগষ্ট, অক্টোবৰ, ডিচেম্বৰ}

ii) B = {0, 3, 8, 15, 24, ...}

iii) C = {0, ±5, ±10, ±15, ...}

iv) D = {a, b, c, ..., x, y, z}

প্রশ্ন নং ৩ঃ সঁচানে মিছা লিখক ঃ

i) $5 \in N$ ii) $\frac{1}{2} \in Z$ iii) $-1 \in Q$

iv) $\sqrt{2} \in R$ v) $\sqrt{-1} \in R$ vi) $-3 \notin N$

১.৪ ৰিক্ত সংহতি (THE EMPTY SET)

সংজ্ঞা ঃ কোনো উপাদান নথকা সংহতি এটাকে **ৰিক্ত সংহতি (empty set) অথবা অসিদ্ধ সংহতি (null set) অথবা শূন্য সংহতি (void set)** বোলে। ইয়াক ϕ প্রতীকেৰে বুজোৱাহয়।

তলত কেইটামান ৰিক্ত সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া হ'ল

i) সংহতি $\{x : x^2 = 3$ আৰু $x \in Q\}$

ii) অসমৰ 500 বছৰতকৈ অধিক বয়স হোৱা লোকৰ সংহতি।

iii) $x^2 + 4 = 0$ সমীকৰণৰ বাস্তৱ বর্গমূলৰ সংহতি।

iv) অসমত জন্মা ভাৰতীয় মহিলা ৰাষ্ট্রপতিসকলৰ সংহতি।

১.৫ সসীম আৰু অসীম সংহতি (FINITE AND INFINITE SETS)

তলৰ সংহতি দুটালৈ মন কৰক—

A = {1, 2, 3, 4, 5}

আৰু B = {1, 4, 7, 10, 13, ...}

এতিয়া, আমি যদি দুয়োটা সংহতিৰে উপাদানবোৰ (আটাইবোৰ সুস্পষ্ট উপাদান) গণনা কৰোঁ, তেন্তে সংহতি Aৰ উপাদানবোৰ গণি শেষ কৰিব পাৰিম। কিন্তু সংহতি Bৰ উপাদানবোৰৰ কোনো সীমা নাই। অর্থাৎ, সংহতি A হ'ল এটা সসীম অথবা সীমাৱদ্ধ সংহতি। আনহাতে, সংহতি B হ'ল এটা অসীম সংহতি। সংহতি Aৰ উপাদানবোৰৰ সংখ্যা সীমিত কিন্তু সংহতি Bৰ উপাদানবোৰ অসীমলৈ বিস্তৃত।

সংজ্ঞা ঃ যিটো সংহতিত সুস্পষ্ট উপাদানৰ সংখ্যা সসীম আৰু এটা নির্দিষ্ট পর্যায়ত উপাদানবোৰৰ গণনা প্রক্রিয়া শেষ হয় তেনে সংহতিক **সসীম সংহতি** বোলে। ইয়াৰ বিপৰীত সংহতিবোৰকে **অসীম সংহতি** বোলা হয়।

উদাহৰণ ঃ তলৰ কোনটো সংহতি সসীম আৰু কোনটো সংহতি অসীম বাছি উলিয়াওক।

i) N সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি।

ii) 2009 চনৰ এক জানুৱাৰীত অসমৰ পুৰুষ বাসিন্দাৰ সংখ্যাৰ সংহতি।

iii) 20 তকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি।

iv) এখন সমতল ক্ষেত্রৰ এককেন্দ্রিক বৃত্তবোৰৰ সংহতি।

v) পৃথিৱীৰ নদীবোৰৰ সংহতি।

সমাধান ঃ

i) N = {1, 2, 3, ...} অসীম সংহতি।

ii) সসীম সংহতি।

iii) {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19} সসীম সংহতি।

iv) অসীম সংহতি।

v) সসীম সংহতি।

টোকা

সসীম সংহতি এটাক সদায় তালিকা পদ্ধতিৰে উপস্থাপন কৰিব পাৰি। কিন্তু, অসীম সংহতি এটাক সদায়েই তালিকা পদ্ধতিৰে উপস্থাপন কৰিব পৰা নাযায়। কাৰণ, ইয়াৰ উপাদানবোৰে সদায় এক নির্দিষ্ট বিন্যাস অনুসৰণ নকৰে। যেনে— বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি। Rক কেতিয়াও তালিকা পদ্ধতিৰে উপস্থাপন কৰিব নোৱাৰি।

১.৬ সমান সংহতি (EQUAL SETS)

সংজ্ঞা ঃ দুটা সংহতি A আৰু Bক তেতিয়া সমান বুলি কোৱা হ'ব যেতিয়া A সংহতিৰ সকলো উপাদান B সংহতিত পোৱা যাব আৰু B সংহতিৰ সকলো উপাদান A সংহতিত পোৱা যাব। অর্থাৎ, A সংহতি Bৰ সমান, ইয়াক A = B বুলি লিখা হয়, য'ত A আৰু B ত সম্পূর্ণ একে উপাদান থাকে। যদি A আৰু B সমান নহয়, তেন্তে $A \neq B$ লিখা হয়।

তলৰ সংহতিকেইটালৈ চোৱা যাওক—

A = {1, 2}

B = {x : (x–1)(x–2) = 0}

C = {x : (x–1)(x–2)(x–3) = 0}

স্পষ্ট যে, B = {1, 2}, C = {1, 2, 3} গতিকে, A = B, A ≠ C, B ≠ C.

উদাহৰণ ঃ সমান নে অসমান সংহতি নির্ণয় কৰক।

i) A = {1, 4, 9}

ii) B = {1^2, 2^2, 3^3}

iii) C = {x : x হ'ল TEAM শব্দটোৰ এটা আখৰ}

iv) D = {x : x হ'ল MEAT শব্দটোৰ এটা আখৰ}

v) E = {1, {4}, 9}

সমাধান ঃ A = B, C = D, A ≠ C, A ≠ D, A ≠ E, B ≠ C, B ≠ D, B ≠ E,

C ≠ E, D ≠ E



টোকা

সংহতিৰ সমানতা অনুসৰি সংহতি A = {1, 2, 3} আৰু সংহতি B = {1, 2, 2, 2, 3, 1, 3} সমান। কাৰণ, A সংহতিৰ সকলো উপাদান B সংহতিৰ সদস্য আৰু B সংহতিৰ সকলো উপাদান A সংহতিতো আছে। তালিকা পদ্ধতিৰে সংহতি দুটা উপস্থাপন কৰিলে একে উপাদানবোৰ মাত্ৰ এবাৰহে লিখা কৰা হ'ব।

১.৭ উপ-সংহতি, অধি-সংহতি, প্ৰকৃত উপ-সংহতি (SUBSETS, SUPERSETS, PROPER SUBSETS)

A = {1, 2, 3}, B = {1, 2, 3, 4} আৰু C = {3, 2, 1} স্পষ্ট যে A সংহতি সকলো উপাদান B সংহতিত আছে। কিন্তু A আৰু B সংহতি সমান নহয়। আকৌ, A সংহতিৰ সকলো উপাদান C সংহতিত আছে। লগতে, A আৰু C হ'ল সমান সংহতি। দুয়ো ক্ষেত্ৰত আমি A সংহতিক B আৰু C সংহতিৰ উপ-সংহতি বুলি ক'ব পাৰোঁ। অধিক নির্দিষ্টকৈ ক'বলৈ গ'লে সংহতি A হ'ল সংহতি Bৰ প্ৰকৃত উপ-সংহতি। কিন্তু সংহতি A সংহতি B ৰ প্ৰকৃত উপ-সংহতি নহয়।

সংজ্ঞা ঃ যদি কোনো এক সংহতি A ৰ সকলো উপাদান আন এক সংহতি B ৰ **উপ-সংহতি (subset)** বোলা হয় অথবা A সংহতিক B সংহতিৰ অন্তৰ্ভুক্ত বোলা হয় আৰু ইয়াক A ⊆ B ৰে বুজোৱা হয়। সমতুল্যভাৱে, আমি ক'ব পাৰোঁ যে সংহতি B ত সংহতি A অন্তৰ্ভুক্ত হৈ আছে অথবা B হ'ল A ৰ **অধি-সংহতি (superset)**। ইয়াক B ⊇ A বুলি লিখা হয়। প্ৰতীকিভাৱে, A ⊆ B মানে হ'ল সকলো x ৰ বাবে যদি x ∈ A তেন্তে x ∈ B হ'ব।

আকৌ, যদৌ সংহতি A সংহতি B ৰ এটা উপ-সংহতি হয়, কিন্তু সংহতি B ত অতি কমেও এটা এনে উপাদান আছে যিটো সংহতি A ত নাই, তেন্তে সংহতি A ক সংহতি B ৰ **প্ৰকৃত উপ-সংহতি (proper subset)** বোলা হয়। ইয়াক A ⊂ B বুলি লিখা হয়। আন অৰ্থত A ⊂ B ⇔ (A ⊆ B আৰু A ≠ B).

'⇔' প্ৰতীকটোৱে 'logically implies and is implied by' বুজায়।

প্রকৃত উপ-সংহতিৰ কেইটামান উদাহৰণ হ'ল—

$N \subset Z$, $N \subset Q$, $N \subset R$,

$Z \subset Q$, $Z \subset R$, $Q \subset R$.

এটা কথা মনত ৰাখি থোৱাটো ভাল যে যিকোনো সংহতি A হ'ল নিজৰেই এটা উপ-সংহতি, অর্থাৎ $A \subseteq A$। একেদৰে ৰিক্ত সংহতিও ϕ হ'ল সকলো সংহতিৰে উপ-সংহতি। অর্থাৎ, যিকোনো সংহতি A ৰ বাবে $\phi \subseteq A$। কাৰণ, যদি $\phi \subseteq A$, তেন্তে তাত নিশ্চয় আন এক উপাদান আছে যিটোৰ মান $x \in \phi$, অর্থাৎ $x \notin A$. কিন্তু $x \notin \phi$। সেয়েহে আমি মানি ল'ব লাগিব যে $\phi \subseteq A$.

সমান সংহতি আৰু উপ-সংহতিৰ সংজ্ঞা দুটা মিলালে আমি পাম $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B$ আৰু $B \subseteq A)$

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ ঃ

1. সঁচানে মিছা লিখক ঃ
   i) $1 \subset \{1, 2, 3\}$
   ii) $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$
   iii) $\phi \subseteq \{\{\phi\}\}$
   iv) $\phi \subseteq \{\phi, \{1\}, \{a\}\}$
   v) $\{a, \{b\}, c, d\} \subset \{a, b, \{c\}, d\}$

সমাধান ঃ

i) মিছা, যিহেতু $1 \in \{1, 2, 3\}$.
ii) সঁচা, কাৰণ $\{1, 2\}$ ৰ প্রতিটো উপাদান $\{1, 2, 3\}$ ৰ একোটা উপাদান।
iii) মিছা, যিহেতু $\{\{\phi\}\}$ সংহতিৰ ϕ এটা উপাদান নহয়।
iv) সঁচা, কাৰণ ϕ সকলো সংহতিৰে এটা উপ-সংহতি।
v) মিছা, কাৰণ $\{b\} \notin \{a, b, \{c\}, d\}$ আৰু $c \notin \{a, b, \{c\}, d\}$.

১.৮ ঘাত সংহতি (POWER SET)

এটা সংহতি লোৱা যাওক, $A = \{a, b\}$। এটা প্রশ্ন আপোনা-আপুনি মনলৈ আহিব— A সংহতিৰ উপ-সংতিবোৰ কি হ'ব? A সংহতিৰ উপ-সংহতিবোৰ হ'ব ϕ, $\{a\}$, $\{b\}$ আৰু A নিজেই।

এই উপ-সংহতিবোৰক উপাদান হিচাপে লৈ আমি পুনৰ এটা সংহতি গঠন কৰিব পাৰোঁ। এই সংহতিটোক প্রদত্ত সংহতি A ঘাত সংহতি বোলে।

সংজ্ঞাঃ কোনো এক প্রদত্ত সংহতি A ৰ সকলোবোৰ উপ-সংহতিকে উপাদান হিচাপে গঠিত হোৱা সংহতিটোকে A সংহতিৰ **ঘাত সংহতি (power set)** বোলে। ইয়াক P(A) অথবা 2^A বুলি লিখা হয়।

অর্থাৎ, P(A) অথবা $2^A = \{X : X \subseteq A\}$

এই কথা স্পষ্ট যে,

i) $P(\phi) = \{\phi\}$

ii) যদি $A = \{1\}$, তেন্তে $P^A = \{\phi, \{1\}\}$

iii) যদি $A = \{1, 2\}$, তেন্তে $P^A = \{\phi, \{1\}, \{2\}, A\}$

iv) যদি $A = \{1, 2, 3\}$, তেন্তে $P^A = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, A\}$

ওপৰৰ নিয়মবোৰৰ পৰা আমি গম পালোঁ যে যদি সংহতি A ৰ n সংখ্যক উপাদান থাকে, তেন্তে ইয়াৰ P(A) তো 2^n সংখ্যক উপাদান থাকিব।

১.৯ নিত্য সংহতি (UNIVERSAL SET)

যদি কোনো এক নির্দিষ্ট আলোচনাৰ বাবে লোৱা সকলোবোৰ সংহতি আন এক সংহতিৰ উপাদান হয়, তেন্তে সেই বিস্তৃত সংহতিটোক **নিত্য সংহতি (Universal Set)** অথবা **(Universal discourse)** বোলা হয়। নিত্য সংহতি বুজাবলৈ U প্রতীক ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

উদাহৰণ ঃ

i) {1, 2, 3}, {3, 7, 8}, {4, 5, 6, 9} সংহতিকেইটাৰ নিত্য-সংহতি হ'ব
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

ii) N সংহতি, Z সংহতি আৰু Q সংহতিৰ ক্ষেত্রত আমি R সংহতিক নিত্য সংহতি বুলি ধৰিব পাৰোঁ।

iii) ভাৰতৰ লোকপিয়লৰ ক্ষেত্রত আমি ভাৰতৰ মুঠ জনসংখ্যাক নিত্য সংহতি বুলি ধৰিব পাৰোঁ, ইত্যাদি।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ৪ঃ ৰিক্ত সংহতি, সসীম আৰু অসীম সংহতি বাছি উলিয়াওক ঃ

i) শূন্যৰে হৰণ কৰিব পৰা সংখ্যাৰ সংহতি।

ii) 15 তকৈ সৰু আৰু 17 ৰে হৰণ কৰিব পৰা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি

iii) সৌৰজগতৰ গ্রহবোৰৰ সংহতি

iv) 4 ৰে হৰণ কৰিব পৰা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি।

v) ত্রিভুজৰ (coplaner triangles) সংহতি।

vi) 2008 চনৰ বেইজিং অলিম্পিকত ভাগ লোৱা অসমৰ অলিম্পিয়ানসকলৰ সংহতি।

প্রশ্ন নং ৫ঃ তলৰ সংহতিবোৰ সমান হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰক ঃ

i) $A = \{2, 3\}$, $B = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$

ii) $A = \{x : x$ হ'ল WOLF শব্দৰ এটা আখৰ$\}$

$B = \{x : x$ হ'ল FLOW শব্দৰ এটা আখৰ$\}$

iii) $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, \{b, c\}\}$

প্রশ্ন নং ৬ঃ সঁচানে মিছা লিখক ঃ

i) $\{1, 3, 5\} \subseteq \{5, 1, 3\}$ ii) $\{a\} \subset \{\{a\}, b\}$

iii) $\{x : (x-1)(x-2) = 0\} \not\subset \{x : (x^2 - 3x + 2)(x-3) = 0\}$

প্রশ্ন নং ৭ঃ তলৰ সংহতিকেইটাৰ ঘাত সংহতি লিখক ঃ

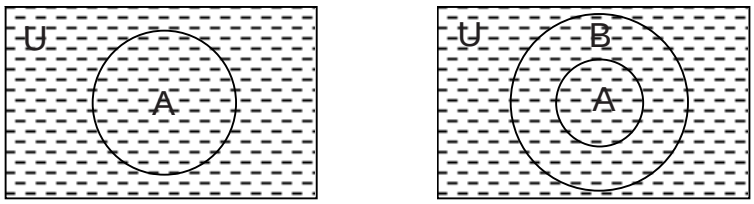
i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ii) $B = \{1, \{2, 3\}\}$

প্রশ্ন নং ৮ঃ $(A \subseteq B$ আৰু $B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C$ বুলি প্রমাণ কৰা উদাহৰণ কেইটামান লিখক।

১.১০ ভেন চিত্র (VENN DIAGRAM)

সাধাৰণ সমতলৰ জ্যামিতিক ক্ষেত্রবোৰক অর্থপূর্ণ আৰু ব্যাখ্যাকাৰীভাৱে সংহতিৰ মাজৰ সম্পর্ক উপস্থাপন কৰাত ব্যৱহাৰ কৰা হয়। এনে চিত্রবোৰক **ভেন-ইউলাৰ (Venn-Euler)** চিত্র অথবা সহজকৈ **ভেন চিত্র (Venn-diagrams)** বোলে।

ভেনচিত্রত নিত্য সংহতি U ক সাধাৰণতে এক আয়তক্ষেত্রত বিন্দুৰ সংহতিৰে বুজোৱাহয়। উপ-সংহতিবোৰৰ বাবে আয়তক্ষেত্রৰ ভিতৰতে বৃত্ত আঁকা হয় অথবা যিকোনো বন্ধ ৰেখা (closed curve) টনা হয়। $A \subset U$, $A \subset B \subset U$ বুজোৱা ভেন চিত্র এখন তলত দিয়া হৈছে।



$A \subset U$ $A \subset B \subset U$

পৰৱর্তী শিতানবোৰত আলোচনাৰ বাবে ভেন চিত্র ব্যৱহাৰ কৰা হ'ব। ইয়াৰ সহায়ত সংহতিবোৰত হোৱা বিভিন্ন বীজগণিতীয় সংক্রিয়া ব্যাখ্যা কৰা হ'ব।

১.১১ সংহতি সংক্রিয়া (SET OPERATIONS)

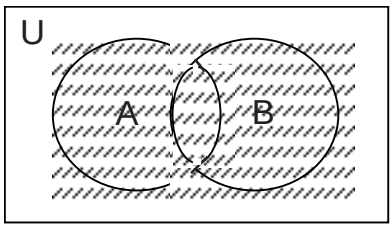
আমি জানো যে, x আৰু y প্রদত্ত সংখ্যা দুটাৰ পৰা আমি যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ সংক্রিয়ৰে $x + y$, $x - y$, xy, x/y (য'ত $y \neq 0$) এই নতুন সংখ্যাকেইটা পাব পাৰো। একেদৰে, প্রদত্ত সংহতি A আৰু B ৰ পৰা আমি **মিলন (Union), ছেদন (intersection),**

অন্তৰ (difference), আৰু **পূৰক (complements)** সংক্রিয়াৰে নতুন সংহতি গঠন কৰিব পাৰোঁ। তলত এই সংহতি সংক্রিয়াবোৰ ব্যাখ্যা কৰা হ'ল। সংক্রিয়াবোৰৰ দ্বাৰা লব্ধ নতুন সংহতিবোৰ ভেনচিত্রৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা হৈছে।

১.১১.১ সংহতিৰ মিলন (Union of Sets)

সংজ্ঞা ঃ সংহতি A আৰু B ৰ মিলন মানে হ'ল সংহতি A অথবা সংহতি B অথবা দুয়োটাৰে সকলোবোৰ উপাদানেৰে গঠিত এটা সংহতি। ইয়াক $A \cup B$ বুলি লিখা আৰু 'A union B' বুলি পঢ়া হয়। ইয়াত '$\cup$' প্রতীকটো হ'ল মিলন সংক্রিয়াৰ প্রতীক। প্রতীকভাৱে $A \cup B$ ক আমি তলত দিয়া ধৰণে বণনা কৰিব পাৰোঁ।

$A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$



$A \cup B$ (ছাঁ অঁকা অংশ)

এইটো স্পষ্ট যে $A \subseteq A \cup B$, $B \subseteq A \cup B$

উদাহৰণ ১ঃ ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$

তেন্তে $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

উদাহৰণ ২ঃ ধৰা হ'ল Q হ'ল আটাইবোৰ পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি

K হ'ল আটাইবোৰ অপৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি

R হ'ল আটাইবোৰ বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি

তেন্তে, $Q \cup K = R$

সাদৃশ্য ঃ যদি A, B, C যিকোনো তিনিটা সংহতি হয়, তেন্তে

i) $A \cup B = B \cup A$

ii) $A \cup A = A$

iii) $A \cup \phi = A$

iv) $A \cup U = U$

v) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

প্রমাণ ঃ

i) $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$

$= \{x : x \in B$ অথবা $x \in A\}$

$= B \cup A$

ii) $A \cup A = \{x : x \in A$ অথবা $x \in A\} = \{x : x \in A\} = A$

iii) $A \cup \phi = \{x : x \in A$ অথবা $x \in \phi\} = \{x : x \in A\} = A$

iv) $A \cup U = \{x : x \in A$ অথবা $x \in U\}$

$= \{x : x \in U\}$, যিহেতু $A \subset U$

$= U$

v) $(A \cup B) \cup C = \{x : x \in A \cup B$ অথবা $x \in C\}$

$= \{x : (x \in A$ অথবা $x \in B)$ অথবা $x \in C\}$

$= \{x : x \in A$ অথবা $(x \in B$ অথবা $x \in C\}$

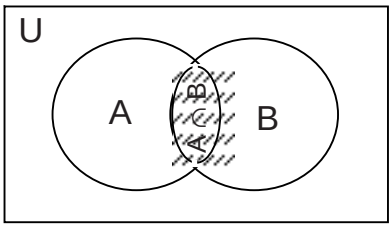
$= \{x : x \in A$ অথবা $x \in B \cup C\}$

$= A \cup (B \cup C)$

১.১১.২ সংহতিৰ ছেদন (Intersection of Sets)

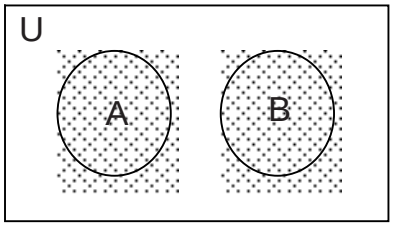
সংজ্ঞা ঃ দুটা সংহতি ক্রমে A আৰু B ৰ ছেদন হ'ব সেইটো নতুন সংহতি য'ত A আৰু B দুয়োটাতে থকা সকলোবোৰ উপাদান থাকিব। ইয়াক প্রতীকত $A \cap B$ বুলি লিখা হয় আৰু 'A intersections B' বুলি পঢ়া হয়। '$\cap$' হ'ল ছেদন সংক্রিয়াৰ প্রতীক। প্রতীকি ৰূপত সংহতিৰ ছেদন তলত দিয়া ধৰণে বর্ণনা কৰিব পাৰি ঃ

$A \cap B = \{x : x \in A$ আৰু $x \in B\}$



$A \cap B$ (ছাঁ অঁকা অংশ)

ওপৰৰ সংজ্ঞাটোৰ পৰা এই কথা স্পষ্ট যে যদি A আৰু B সংহতিত কোনো উমৈহতীয়া উপাদান নাথাকে, তেন্তে $A \cap B = \phi$ হ'ব। এই ব্যতিক্রমৰ ক্ষেত্রত A আৰু B দুয়োটা সংহতিকে **অসংযুক্ত সংহতি (disjoint sets)** বোলে।



$A \cap B = \phi$

ওপৰৰ চিত্রৰ পৰা এই কথা স্পষ্টকৈ বুজায় যায় যে $A \cap B \subseteq A$, $A \cap B \subseteq B$.

উদাহৰণ ১ঃ ধৰা হ'ল $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, 4, 5\}$

তেন্তে $A \cap B = \{b, d\}$

উদাহৰণ ২ঃ ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$

তেন্তে $A \cap B = \phi$.

সাদৃশ্য ঃ

i) $A \cap B = B \cap A$

ii) $A \cap A = A$

iii) $A \cap \phi = \phi$

iv) $A \cap U = A$

v) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

vi) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

প্ৰমাণ ঃ

i) $A \cap B = \{x : x \in A$ আৰু $x \in B\}$

$= \{x : x \in B$ আৰু $x \in A\}$

$= B \cap A$

ii) $A \cap A = \{x : x \in A$ আৰু $x \in A\}$

$= \{x : x \in A\}$

$= A$

iii) যিহেতু ϕ ৰ কোনো উপাদান নাই, সেয়েহে A আৰু ϕ ৰ কোনো উমৈহতীয়া উপাদান নাই।

সেয়েহে, $A \cap \phi = \phi$

iv) $A \cap U = \{x : x \in A$ আৰু $x \in U\}$

$= \{x : x \in A\}$, যিহেতু $A \subset U$

$= A$

v) $(A \cap B) \cap C = \{x : x \in A \cap B$ আৰু $x \in C\}$

$= \{x : (x \in A$ আৰু $x \in B)$ আৰু $x \in C\}$

$= \{x : x \in A$ আৰু $(x \in B$ আৰু $x \in C\}$

$= \{x : x \in A$ আৰু $x \in B \cap C\}$

$= A \cap (B \cap C)$

vi) $x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A$ আৰু $x \in (B \cup C)$

$\Leftrightarrow x \in A$ আৰু $(x \in B$ অথবা $x \in C)$

$\Leftrightarrow (x \in A$ আৰু $x \in B)$ অথবা $(x \in A$ আৰু $x \in C)$



টোকা

$x \in A \cap B$

$\Rightarrow x \in A$ আৰু $x \in B$

কিন্তু, $x \notin A \cap B$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

আকৌ, $x \in A \cup B$

$\Rightarrow x \in A$ অথবা $x \in B$

কিন্তু $x \notin A \cup B$

$\Rightarrow x \notin A$ আৰু $x \notin B$

$\Leftrightarrow x \in (A \cap B)$ অথবা $x \in (A \cap C)$

$\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$

সেয়েহে, $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$

আৰু $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subseteq A \cap (B \cup C)$.

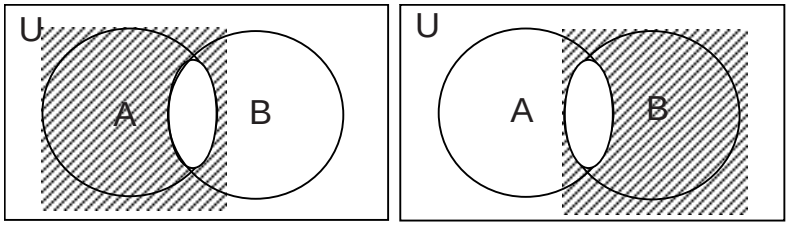
অর্থাৎ, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

একেদৰে, প্রমাণ কৰিব পাৰি যে $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

১.১১.৩ সংহতিৰ অন্তৰ (Difference of Sets)

সংজ্ঞা ঃ দুটা সংহতি ক্রমে A আৰু B ৰ অন্তৰ হ'ব সেই নতুন সংহতিটো যিটো সংহতিৰ সকলো উপাদান A সংহতিত থাকিব। কিন্তু B সংহতিৰ কোনো উপাদান নতুন সংহতিটোত পোৱা নাযাব। ইয়াক A–B বুলি উপস্থাপন কৰাহয়। প্রতীক ৰূপত $A - B = \{x : x \in A$ আৰু $x \notin B\}$

একেদৰে, $B - A = \{x : x \in B$ আৰু $x \notin A\}$



A – B (ছাঁ অঁকা অংশ) B – A (ছাঁ অঁকা অংশ)

উদাহৰণ ঃ ধৰা হ'ল, A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {1, 4, 5}, C = {6, 7, 8}

তেন্তে, $A - B = \{2, 3\}$

$A - C = A$

$B - C = B$

$B - A = \phi$

বৈশিষ্ট্য ঃ

i) $A - A = \phi$

ii) $A - B \subseteq A$, $B - A \subseteq B$

iii) A – B, $A \cap B$, B – A পাৰস্পৰিকভাৰে অসংযুক্ত আৰু

$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$

iv) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

v) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

প্রমাণ ঃ (iv) নম্বৰ বৈশিষ্ট্যটো প্রমাণ কৰি দিয়া হৈছে। বাকীবোৰ শিক্ষার্থীৰ অনুশীলনৰ

বাবে প্রমাণিত নকৰাকৈ এৰা হৈছে।

$x \in A - (B \cup C) \Leftrightarrow x \in A$ আৰু $x \notin (B \cup C)$

$\Leftrightarrow x \in A$ আৰু $(x \notin B$ আৰু $x \notin C)$

$\Leftrightarrow (x \in A$ আৰু $x \notin B)$ আৰু $(x \in A$ আৰু $x \notin C)$

$\Leftrightarrow x \in (A - B)$ আৰু $x \in (A - C)$

$\Leftrightarrow x \in (A - B) \cap (A - C)$

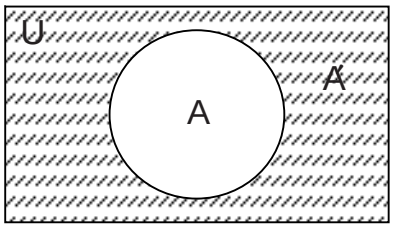
সেয়েহে, $A - (B \cup C) \subseteq (A - B) \cap (A - C)$, $(A - B) \cap (A - C) \subseteq A - (B \cup C)$

এতেকে, $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

১.১১.৪ পূৰক সংহতি (Complement of a Set)

সংজ্ঞা ঃ যদি সংহতি A ৰ নিত্য সংহতি U হয়, তেন্তে A ত নথকা কিন্তু U ত থকা সকলোবোৰ উপাদানৰ সংহতিটোক A সংহতিৰ **পূৰক সংহতি** বোলা হয়। পূৰক সংহতি বুজাবলৈ A^c অথবা A' প্রতীক ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

ইয়াৰ প্রতীকি উপস্থাপন হ'ল, $A' = \{x : x \in U$ আৰু $x \notin A\}$.



A' (ছাঁ অঁকা অংশ)

চিত্রৰ পৰা স্পষ্টকৈ বুজা যায় যে, $A' = U - A$.

টোকা

$(A \cup B)' = A' \cap B'$ আৰু $(A \cap B)' = A' \cup B'$ সাদৃশ্য দুটাক **ডিম'র্গানৰ নীতি (DeMorgan's Laws)** বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ ঃ ধৰা হ'ল, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ আৰু $A = \{2, 4, 6, 8\}$

তেন্তে, $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

সাদৃশ্য ঃ

i) $U' = \phi, \phi' = U$

ii) $(A')' = A$

iii) $A \cup A' = U, A \cap A' = \phi$

iv) $A - B = A \cap B'$, $B - A = B \cap A'$

v) $(A \cup B)' = A' \cap B'$, $(A \cap B)' = A' \cup B'$

প্রমাণ ঃ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ সাদৃশ্যটো প্রমাণ কৰি দিয়া হৈছে।

$(A \cup B)' = \{x : x \in U$ আৰু $x \notin A \cup B\}$

$= \{x : x \in U$ আৰু $(x \notin A$ আৰু $x \notin B\}$

$= \{x : (x \in U$ আৰু $x \notin A)$ আৰু $(x \in U$ আৰু $x \notin B)\}$

$= \{x : x \in A' \text{ আৰু } x \in B'\}$

$= A' \cap B'$.

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ ঃ

১। যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$B = \{3, 6, 9\}$

আৰু $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, তেন্তে উলিয়াওক—

(i) $A \cup B$, (ii) $A \cap C$, (iii) $B \cap C$, (iv) A' , (v) $A \cup B'$, (vi) $C' \cap B$, (vii) $A' \cup C'$, (viii) $A - C$, (ix) $A - (B \cup C)'$, (x) $A' \cap B'$.

সমাধান ঃ i) $A \cup B = (2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

ii) $A \cap C = \{2, 4\}$

iii) $B \cap C = \{3\}$

iv) $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

v) $B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

এতেকে, $A \cup B' = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

vi) $C' = \{6, 7, 8, 9, 10\}$

এতেকে, $C' \cap B = \{6, 9\}$

vii) ওপৰৰ (iv) আৰু (vi) নম্বৰ সমাধানৰ পৰা আমি পালোঁ যে,

$A' \cup C' = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

viii) $A - C = \{6, 8, 10\}$

ix) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

$(B \cup C)' = \{7, 8, 10\}$

এতেকে, $A - (B \cup C)' = \{2, 4, 6\}$

x) ওপৰৰ (iv) আৰু (v) নম্বৰ সমাধানৰ পৰা আমি পালোঁ যে,

$A' \cap B' = \{1, 5, 7\}$.

১। তলৰ সাদৃশ্যবোৰ সত্যাপন কৰক ঃ

i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ii) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 4, 5\}$ আৰু

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

সমাধান i) $B \cap C = \{3, 4\}$

$A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\}$ .....(1)

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4\}$ .....(2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা আমি পালোঁ যে,

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

ii) $A' = \{4, 5, 6\}, B' = \{1, 5, 6\}$

$A' \cap B' = \{5, 6\}$ .....(3)

$(A \cup B)' = \{1, 2, 3, 4\}' = \{5, 6\}$ .....(4)

(3) আৰু (4) ৰ পৰা আমি পালোঁ যে,

$(A \cup B)' = A' \cap B'$.



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ৯ঃ তলৰ সংহতিবোৰ নিৰূপণ কৰক —

i) $\phi \cap \{\phi\}$ ii) $\{\phi\} \cap \{\phi\}$

iii) $\{\phi, \{\phi\}\} - \{\phi\}$ iv) $\{\phi, \{\phi\}\} - \{\{\phi\}\}$

প্রশ্ন নং ১০ঃ যদি $A = \{a, b, c\}, B = \{c, d, e\}, U = \{a, b, c, d, e, f\}$ হয়, তেন্তে বিচাৰি উলিয়াওক—

i) $A \cup B$ ii) $A \cap B$ iii) $A - B$ iv) $B - A$ v) A'

প্রশ্ন নং ১১ঃ যদি $A = \{3n : n \in N\}, B = \{n : n \in N, n < 20\}$ তেন্তে $A \cap B$, $B - A$ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ১২ঃ যদি $A = \{x : x \in R, 1 < x \leq 7\}, B = \{x : x \in R, 3 \leq x < 12\}$ তেন্তে $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ১৩ঃ উদাহৰণ দি সত্যাপণ কৰক ঃ

i) $A - B = B' - A'$

ii) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap C)$

iii) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

প্রশ্ন নং ১৪ঃ প্রমাণ কৰক ঃ i) $B - A \subseteq A'$ ii) $B - A' = B \cap A$

iii) $A \cup B = \phi \Rightarrow A = \phi$ আৰু $B = \phi$.

১.১২ সংহতিৰ বীজগণিতীয় নিয়ম (LAWS OF THE ALGEBRA OF SETS)

ওপৰৰ শিতানবোৰত আমি সংহতিৰ মিলন, ছেদন আৰু পূৰক সংহতিৰ বিভিন্ন সংক্রিয়াৰ অধীনত বিভিন্ন সাদৃশ্যৰ ব্যাখ্যা আৰু প্রমাণ আগবঢ়াইছো। এই সাদৃশ্যবোৰক (identities) **সংহতিৰ বীজগণিতীয় নিয়ম** বুলি গণ্য কৰা হয়। এই নিয়মোৰ সংহতি সূত্রৰ বিভিন্ন **প্রতিজ্ঞা**

(propositions) প্রমাণ কৰিবলৈ পোনে পোনে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰে। নিয়মবোৰ তলত উল্লেখ কৰা হ'ল—

১। **বৰ্গসম নীতি (Idempotent laws) :** $A \cup A = A, A \cap A = A$

২। **ক্ৰম বিনিময় নীতি (Commutative laws):** $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

৩। **সহযোগ বিধি (Associative laws) :** $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$,

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

৪। **বিতৰণ বিধি (Distributive laws) :** $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$,

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

৫। **অভেদ নীতি (Identity laws) :** $A \cup \phi = A, A \cup U = U$

$A \cap U = A, A \cap \phi = \phi$

৬। **পৰিপূৰক বিধি (Complement laws) :** $A \cup A' = U, A \cap A' = \phi$

$(A')' = A, U' = \phi, \phi' = U$

৭। **ডিম'গৰ্নিৰ নীতি (De Morgan's laws) :** $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$.

তলৰ উদাহৰণবোৰত এই নিয়ম কেইটামান প্ৰয়োগ কৰি চোৱা যাওক—

উদাহৰণ ১ঃ প্ৰমাণ কৰক যে $A \cap (A \cup B) = A$

সমাধান ঃ $A \cap (A \cup B)$ $= (A \cup \phi) \cap (A \cup B)$, অভেদ নীতি ব্যৱহাৰ কৰি

$= A \cup (\phi \cap B)$, বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি

$= A \cup (B \cap \phi)$, ক্ৰম বিনিময় নীতি ব্যৱহাৰ কৰি

$= A \cup \phi$, অভেদ নীতি ব্যৱহাৰ কৰি

$= A$, পুনৰ অভেদ নীতি ব্যৱহাৰ কৰি।

উদাহৰণ ২ঃ প্ৰমাণ কৰক যে $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

সমাধান ঃ $A \cap (A' \cup B)$ $= (A \cap A') \cup (A \cap B)$, বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি

$= \phi \cup (A \cap B)$, পৰিপূৰক বিধি ব্যৱহাৰ কৰি

$= (A \cap B) \cup \phi$, ক্ৰম বিনিময় বিধি ব্যৱহাৰ কৰি

$= A \cap B$, অভেদ নীতি ব্যৱহাৰ কৰি

১.১৩ সংহতিৰ মিলনত থকা উপাদানৰ মুঠ সংখ্যা নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতি (TOTAL NUMBER OF ELEMENTS IN UNION OF SETS IN TERMS OF ELEMENTS IN INDIVIDUAL SETS AND THEIR INTERSECTIONS)

এইবাৰ আমি দুটা সংহতিত পৃথকে পৃথকে থকা উপাদানৰ সংখ্যা আৰু সংহতি দুটাৰ ছেদনত থকা উপাদানৰ সংখ্যা মিলাই কৰা সংহতি দুটাৰ মিলনৰ ফলত লব্ধ উপাদানৰ মুঠ সংখ্যা

নির্ণয়কাৰী উপপাদ্য এটা প্ৰমাণিত কৰিম। এই প্ৰমাণ কেনেকৈ দৈনন্দিন জীৱনৰ কিছুমান ব্যৱহাৰিক সমস্যা সমাধানত প্ৰয়োগ কৰিব পাৰি সেয়া ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণৰ সহায়ত দাঙি ধৰা হৈছে।

উপপাদ্য ঃ যদি A আৰু B দুটা সসীম সংহতি হয়,

তেন্তে $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

[$|S|$ প্ৰতীকটোৱে সংহতি S ত থকা উপাদানৰ মুঠ সংখ্যা বুজায়]

প্ৰমাণ ঃ ধৰা হ'ল, $|A| = n$, $|B| = m$, $|A \cap B| = k$

ভেন চিত্ৰৰ পৰা,

আমি পালোঁ যে, $|A - B| = n - k$, $|B - A| = m - k$

আমি জানো যে, $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$

য'ত, $A - B$, $A \cap B$, $B - A$ পাৰস্পৰিকভাৱে অসংযুক্ত।

এতেকে, $|A \cup B| = |A - B| + |A \cap B| + |B - A|$

$= (n - k) + k + (m - k)$

$= n + m - k$

$= |A| + |B| - |A \cap B|$

বিয়োগ/বিয়োজন

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$

প্ৰমাণ ঃ $|A \cup B \cup C| = |(A \cup B) \cup C|$

$= |A \cup B| + |C| - |(A \cup B) \cap C|$

$= |A| + |B| - |A \cap B| + |C| - |(A \cap C) \cup (B \cap C)|$

$= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| -$

$[|A \cap C| + |B \cap C| - |(A \cap C) \cap (B \cap C)|]$

$= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| +$

$|A \cap B \cap C|$

অনুসিদ্ধান্ত ঃ

i) যদি A আৰু B অসংযুক্ত সংহতি হয়, তেন্তে $A \cap B = \phi$ আৰু $|A \cap B| = 0$.

এতেকে, $|A \cup B| = |A| + |B|$,

ইয়াক **গণনাৰ যোগ বিধি (Sum Rule of Counting)**

ii) যদি A, B আৰু C পাৰস্পৰিকভাৱে অসংযুক্ত, তেন্তে ওপৰৰ অনুসিদ্ধান্তটোৰ দৰেই $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C|$.

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ ঃ

১। এটা শ্ৰেণীত 80 জন ছাত্ৰ আছে। প্ৰত্যেকেই হয় ইংৰাজী নহয় অসমীয়া নাইবা দুয়োটা ভাষা ক'ব পাৰে। যদি 39 জনে ইংৰাজী ক'ব পাৰে, 62 জনে অসমীয়া ক'ব পাৰে, তেন্তে কিমানজনে দুয়োটা ভাষা ক'ব পাৰে?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল, A আৰু B হ'ল ক্ৰমে ইংৰাজী আৰু অসমীয়া ক'ব পৰা ছাত্ৰৰ সংহতি।

তেন্তে, $|A \cup B| = 80, |A| = 39, |B| = 62.$

আমি $|A \cap B|$ উলিয়াব লাগে।

এতিয়া, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

ইয়াৰ পৰা পাম, $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 39 + 62 - 80 = 21.$

অৰ্থাৎ, 21 জন ছাত্ৰই দুয়োটা ভাষা ক'ব পাৰে।

২। এটা শ্ৰেণীত 60 জনী ছাত্ৰী আছে। প্ৰথম ষান্মাসিকত 28 জনীয়ে প্ৰথম বিভাগ লাভ কৰিছে। দ্বিতীয় ষান্মাসিকত 31 জনীয়ে প্ৰথম বিভাগ লাভ কৰিছে। যদি 20 জনী ছাত্ৰীয়ে দুয়োটা ষান্মাসিকতে প্ৰথম বিভাগ পোৱা নাই, তেন্তে কিমানজনী ছাত্ৰীয়ে দুয়োটা ষান্মাসিকতে প্ৰথম বিভাগ লাভ কৰিছে?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল A আৰু B হ'ল ক্ৰমে প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় ষান্মাসিকত প্ৰথম বিভাগ পোৱা ছাত্ৰীৰ সংহতি।

ইয়াত, $|A| = 28, |B| = 31.$

মুঠ 60 জনী ছাত্ৰীৰ ভিতৰত 20 জনীয়ে কোনোটো ষান্মাসিকতে প্ৰথম বিভাগ নাপালে।

অৰ্থাৎ, $|A \cup B| = 60 - 20 = 40$

কিন্তু, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

অৰ্থাৎ, $40 = 28 + 31 - |A \cap B|$ So, $|A \cap B| = 19$

অৰ্থাৎ, 19 জনী ছাত্ৰীয়ে কোনো ষান্মাসিকতে প্ৰথম বিভাগ নাপালে।

৩। 200 গৰাকী শিক্ষাৰ্থীৰ মাজৰে 70 গৰাকীয়ে ক্ৰিকেট, 60 গৰাকীয়ে ফুটবল, 25 গৰাকীয়ে হকী, 30 গৰাকীয়ে ক্ৰিকেট আৰু ফুটবল দুয়োটা খেলে, 22 গৰাকীয়ে ক্ৰিকেট আৰু হকী দুয়োটা খেলে, 17 গৰাকীয়ে ফুটবল আৰু হকী দুয়োটা খেলে আৰু 12 গৰাকীয়ে তিনিওটা খেল খেলে। কিমানগৰাকী শিক্ষাৰ্থীয়ে কোনোটো খেলেই নেখেলে?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল C, F আৰু H ক্ৰমে ক্ৰিকেট, ফুটবল আৰু হকী খেলা শিক্ষাৰ্থীৰ সংহতি।

$|C| = 70, |F| = 60, |H| = 25,$

$|C \cap F| = 30, |C \cap H| = 22, |F \cap H| = 17, |C \cap F \cap H| = 12.$

তেনেহ'লে $|C \cup F \cup H| = |C| + |F| + |H| - |C \cap F| - |C \cap H| - |F \cap H| + |C \cap F \cap H|$

$= 70 + 60 + 25 - 30 - 22 - 17 + 12 = 98$

অৰ্থাৎ, 98 গৰাকী শিক্ষাৰ্থীয়ে অন্ততঃ কোনোবা এটা খেল খেলে। তেন্তে, এটাও খেল নেখেলা শিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা হ'ব = 200 – 98 = 102 গৰাকী।



অনুশীলনী

১। উপযুক্ত যুক্তি দর্শাই সঁচানে মিছা কওক—

i) যুগ্ম মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতিটো এটা ৰিক্ত সংহতি

ii) $\{x : x+2 = 5, x < 0\}$ এটা ৰিক্ত সংহতি

iii) $\{3\} \subset \{1, 2, 3\}$

iv) $x \in \{\{x, y\}\}$

v) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{c\}\}$

vi) যদি A যিকোনো এটা সংহতি হয়, তেন্তে $\phi \subseteq A \subseteq U$

২। তলৰ কোনবোৰ সংহতি সমান?

$A = \{x : x^2 + x - 2 = 0\}$

$B = \{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$

$C = \{x : x \in Z, |x| = 1\}$

$D = \{-2, 1\}$

$E = \{1, 2\}$

$F = \{x : x^2 - 1 = 0\}$

৩। তলৰ সংহতিবোৰৰ কোনটো সসীম আৰু কোনটো অসীম কওক—

i) 7ৰ গুণিতক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি

ii) অসমৰ সকলোবোৰ জিলাৰ সংহতি

iii) 0 আৰু 1 ৰ মাজত থকা বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি

iv) পৃথিৱীত থকা সিংহবোৰৰ সংহতি।

৪। যদি, $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{0, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 6, 8\}$, $C = \{3, 7, 8, 9\}$, তেন্তে A' , B' , C' , $(A \cup B) \cap C$, $(A \cup B') \cup C'$, $(A \cap B) \cap C'$, $(A - C) \cup B'$, $(B - A)' \cap C$ নির্ণয় কৰক।

৫। যদি $A \cup B = B$ আৰু $A \cap B = B$ হয়, তেন্তে A আৰু B ৰ মাজৰ সম্পর্কটো কি?

৬। সংখ্যাৰ উদাহৰণেৰে তলৰ সাদৃশ্যবোৰৰ সত্যাপন কৰক —

i) $A - B = B' - A'$

ii) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

iii) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

iv) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$.

৭। সংহতি $A = \{\{\phi\}, a, \{b, c\}\}$ ৰ ঘাত সংহতিটো লিখক।

৮। দিয়া আছে, $A = \{\{a, b\}, \{c\}, \{d, e, f\}\}$, ইয়াৰ P(A) সংহতিটোত কিমানটা উপাদান থাকিব?

৯। সংখ্যাৰ উদাহৰণ প্ৰয়োগ কৰি প্ৰমাণ কৰক যে—

i) $(A \cap B) \cup (A - B) = A$

ii) $A \cup B = A \cup (B - A)$

iii) $A \cup B = B \cup (A - B)$

iv) $B - A \subseteq A'$

v) $B - A' = B \cap A$.

১০। ভেনচিত্ৰৰ সহায়ত দেখুৱাওক যে—

i) $A \cup B \subset A \cup C$ কিন্তু $B \not\subset C$

ii) $A \cap B \subset A \cap C$ কিন্তু $B \not\subset C$

iii) $A \cup B = A \cup C$ কিন্তু $B \neq C$.

১১। প্ৰশ্ন নম্বৰ 10 ৰ উত্তৰবোৰৰ বাবে উদাহৰণ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰক।

১২। প্ৰমাণ কৰক যে $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$.

১৩। 100 জন মানুহৰ ভিতৰত 45 জনে চাহ আৰু 35 জনে কফি খায়। যদি 10 জনে দুয়োবিধ পানীয় সেৱন কৰে তেন্তে কিমানজনে চাহ অথবা কফি কোনোটোৱেই নাখায়?

১৪। সংহতিৰ সহায়ত 3, 5 আৰু 7 ৰে হৰণ কৰিব নোৱাৰা 1 ৰ পৰা 300 ৰ ভিতৰত থকা মুঠ অখণ্ড সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক।

১৫। এটা শ্ৰেণীৰ 90 জন ছাত্ৰই পদাৰ্থ বিজ্ঞান, ৰসায়ন বিজ্ঞান আৰু গণিতৰ পৰীক্ষাত অৱতীৰ্ণ হৈছিল। যদি ইয়াৰে 55 জনে পদাৰ্থ বিজ্ঞান, 45 জনে ৰসায়ন বিজ্ঞানত, 60 জনে গণিতত, 40 জনে পদাৰ্থ বিজ্ঞান আৰু ৰসায়ন বিজ্ঞান উভয়তে, 30 জনে ৰসায়ন বিজ্ঞান আৰু গণিত উভয়তে, 35 জনে পদাৰ্থ বিজ্ঞান আৰু গণিত উভয়তে, 20 জনে তিনিওটা বিষয়তে উত্তীৰ্ণ হয়, তেন্তে আটাইকেইটা বিষয়তে অনুতীৰ্ণ হোৱা ছাত্ৰৰ সংখ্যা কিমান?



১.১৪ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ আৰু সুস্পষ্ট বস্তুৰ সংগ্ৰহ/সমষ্টিকে সংহতি বোলে। সংহতিৰ অন্তৰ্গত বস্তুবোৰক সদস্য অথবা উপাদান বোলে।
- সংহতি বুজাবলৈ ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ বৰফলাৰ আখৰ আৰু উপাদান বুজাবলৈ সৰুফলাৰ আখৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। যদি 'a' উপাদানটো সংহতি A ৰ অংশ হয়, তেন্তে ইয়াক আমি $a \in A$ বুলি লিখো। নহ'লে $a \notin A$ বুলি লিখা হয়।
- (i) তালিকা অথবা সাৰণী পদ্ধতি আৰু (ii) দণ্ড অথবা সংহতি নিৰ্মাণকাৰী পদ্ধতিৰে সংহতি উপস্থাপন কৰা হয়।

- কোনো উপাদান নথকা সংহতি এটাক **ৰিক্ত সংহতি** নাইবা **অসিদ্ধ সংহতি** নাইবা শূন্য সংহতি বোলে। ৰিক্ত সংহতিৰ প্রতীক হ'ল ϕ।
- গণি শেষ কৰিব পৰা উপাদানেৰে গঠিত সংহতিক সসীম সংহতি বোলে। নহ'লে সংহতিবোৰক অসীম সংহতি বোলা হয়।
- A আৰু B সংহতি দুটা সমান। অর্থাৎ, $A = B$ কিন্তু, তেতিয়াহে যেতিয়া A ৰ সকলো উপাদানেই B ত পোৱা যায় আৰু B ৰ সকলো উপাদানেই A ত পোৱা যায়। নহ'লে $A \neq B$.
- যদি সংহতি A ৰ প্রতিটো উপাদানেই সংহতি B ৰো উপাদান হয়, তেন্তে A সংহতি B সংহতিৰ **উপ-সংহতি** হ'ব। ইয়াক $A \subseteq B$ বুলি লিখা হয়। আকৌ, A সংহতি B সংহতিৰ এটা **প্রকৃত উপ-সংহতি** তেতিয়াহে হ'ব যদি $A \subseteq B$ আৰু $A \neq B$ হ'ব। এই কথা আমি $A \subset B$ প্রতীকেৰে উপস্থাপন কৰোঁ।
- $A = B$ হ'ব যদি আৰু কেৱল $A \subseteq B$ আৰু $B \subseteq A$ হয়।
- A সংহতিৰ সকলোবোৰ উপ-সংহতিৰে গঠিত সংহতিটোক A ৰ **ঘাত সংহতি** বোলে। ইয়াক P(A) অথবা 2^A প্রতীকেৰে বুজোৱা হয়। যদি $|A| = n$, তেন্তে $|P(A)| = 2^n$ ।
- সংহতিবোৰৰ মাজত থকা সম্পর্ক উপস্থাপন কৰিবলৈ সমতল ক্ষেত্রত অংকন কৰা জ্যামিতিক চিত্রবোৰেই হ'ল ভেনচিত্র।
- দুটা সংহতি ক্রমে A আৰু B ৰ মিলনক $A \cup B$ বুলি উপস্থাপন কৰা হয়। সংহতিৰ মিলনত A আৰু B অথবা উভয়তে থকা সকলোবোৰ উপাদানকে অন্তর্ভুক্ত কৰা হয়। $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$
- সংহতি A আৰু সংহতি B ত থকা আটাইবোৰ উমৈহতীয়া উপাদানেৰে গঠিত সংহতিটোৰেই হ'ল A আৰু B ৰ ছেদন সংহতি। ইয়াক $A \cap B$ প্রতীকেৰে বুজোৱা হয়।
- যিকোনো দুটা সংহতি A আৰু B ৰ অন্তৰ সংহতিটো হ'ল $A - B$ আৰু ইয়াত A ত থকা কিন্তু B ত নথকা সকলোবোৰ উপাদান অন্তর্ভুক্ত কৰা হয়। $A - B = \{x : x \in A$ আৰু $x \notin B\}$।
- কোনো নির্দিষ্ট আলোচনাৰ বাবে লোৱা সকলোবোৰ সংহতি আৰু সকলোবোৰ উপ-সংহতিৰে গঠিত সংহতিটোকে **নিত্য সংহতি U** বোলে।
- সংহতি A ৰ **পৰিপূৰক সংহতিটোক** A^c অথবা A' প্রতীকেৰে বুজোৱা হয়। ইয়াত A সংহতিত নথকা কিন্তু ইয়াৰ নিত্য সংহতি U ত থকা সকলোবোৰ উপাদান থাকে।
  $A' = \{x : x \in U$ আৰু $x \notin A\} = U - A$
- সংহতিৰ বীজগণিতীয় নিয়মবোৰ হ'ল—
  $A \cup A = A, A \cap A = A$
  $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup \phi = A, A \cup U = U, A \cap U = A, A \cap \phi = \phi$

$A \cup A' = U, A \cap A' = \phi, (A')' = A, U' = \phi, \phi' = U$

$(A \cup B)' = A' \cap B', (A \cap B)' = A' \cup B'$.

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

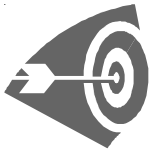
  $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$



১.১৫ অধিক জানিবলৈ

১) *Discrete Mathematics* – Semyour Lipschutz & Marc Lipson.

২) *Discrete Mathematical Structures with Applications to Computer Scinece* – J. P. Tremblay & R. Manohar.



১.১৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) A = {সোমবাৰ, মংগলবাৰ, বুধবাৰ, বৃহস্পতিবাৰ, শুকুৰবাৰ, শনিবাৰ, দেওবাৰ}

ii) B = {জানুৱাৰী, ফেব্ৰুৱাৰী, মার্চ, এপ্ৰিল, মে', জুন, জুলাই, আগষ্ট, ছেপ্টেম্বৰ, অক্টোবৰ, নৱেম্বৰ, ডিচেম্বৰ}

iii) $C = \{1, w, w^2\}$

iv) D = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100}

v) E = {A, B, E, G, L, R}

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) A = {x : x হ'ল বছৰটোৰ এটা 31 দিনীয়া মাহ}

ii) $B = \{x : x = n^2 - 1, n \in N\}$

iii) $C = \{x : x = 5n, n \in Z\}$

iv) D = {x : x হ'ল ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা আখৰ}

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) সঁচা, ii) মিছা, iii) সঁচা, iv) সঁচা, v) মিছা, vi) সঁচা।

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) ϕ, ii) ϕ, iii) সসীম, iv) অসীম, v) অসীম vi) ϕ.

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) B = {2, 3} = A

ii) A = {W, O, L, F}, B = {F, L, O, W} আৰু গতিকে A = B

iii) $A \neq B$; কাৰণ $b \in A$ কিন্তু $b \notin B$.

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) সঁচা

ii) মিছা, কাৰণ $\{a\} \in \{\{a\}, b\}$

iii) $\{x : (x-1)(x-2) = 0\} = \{1, 2\}$, $\{x : (x^2-3x+2)(x-3) = 0\} = \{1, 2, 3\}$

সেয়েহে, $\{x : (x-1)(x-2) = 0 \subset \{x : (x^2-3x+2)(x-3) = 0\}$ আৰু ইয়াৰ দ্বাৰা প্ৰমাণিত হ'ল যে প্ৰদত্ত ফলাফলটো মিছা।

৭ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\},$
$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\},$
$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, A\}$

ii) $P(B) = \{\phi, \{1\}, \{\{2, 3\}\}, B\}$

৮ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

৯ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) ϕ, ii) $\{\phi\}$, iii) $\{\{\phi\}\}$, iv) $\{\phi\}$

১০ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) $A \cap B = \{a, b, c, d, e\}$; ii) $\{C\}$; iii) $A - B = \{a, b\}$,
iv) $B - A = \{d, e\}$; v) $A' = \{d, e, f\}$

১১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...\}$,
$B = \{1, 2, 3, ..., 18, 19, 20\}$,
সেয়েহে $A \cap B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
আৰু $B - A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19\}$

১২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ $A \cup B = \{x : 1 < x < 12, x \in R\}$
$A \cap B = \{x : x \in R, 3 \leq x \leq 7\}$
$A - B = \{x : x \in R, 1 < x < 3\}$
$B - A = \{x : x \in R, 7 < x < 12\}$

১৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল, $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$
$A = \{p, q, u, v, x, y\}$
$B = \{q, v, y, z\}$ আৰু $C = \{p, s, t, v, x, y\}$

i) $A - B = \{p, u, x\}$, $A' = \{r, s, t, w, z\}$, $B' = \{p, r, s, t, u, x\}$
$B' - A' = \{p, u, x\}$ আৰু সেয়েহে, $A - B = B' - A'$

ii) $B - A = \{z\}$ আৰু সেয়েহে $(A - B) \cup (B - A) = \{p, u, x, z\}$
আকৌ, $A \cup B = \{p, q, u, v, x, y, z\}$ আৰু $A \cap B = \{q, v, y\}$
সেয়েহে $(A \cup B) - (A \cap B) = \{p, u, x, z\}$
অৰ্থাৎ, $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

iii) $A - C = \{q, u\}$ আৰু সেয়েহে $(A - B) \cup (A - C) = \{p, q, u, x\}$
$B \cap C = \{v, y\}$ আৰু সেয়েহে $A - (B \cap C) = \{p, q, u, x\}$
অৰ্থাৎ, $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$.

১৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ i) $x \in B - A \Rightarrow x \in B$ আৰু $x \notin A \Rightarrow x \in U$ আৰু $x \notin A$
$\Rightarrow x \in A'$,

ইয়াত x হ'ল (B – A)ৰ এটা যাদৃচ্ছিক উপাদান। সেয়েহে $B - A \subseteq A'$

ii) $x \in B - A' \Leftrightarrow x \in B$ আৰু $x \notin A'$

$\Leftrightarrow x \in B$ আৰু $x \in A \Leftrightarrow x \in B \cap A$

অর্থাৎ, $B - A' \subseteq B \cap A$ আৰু $B \cap A \subseteq B - A'$

তেন্তে, $B - A' = B \cap A$

iii) $A \subseteq A \cup B \Rightarrow A \subseteq \phi$, $A \cup B = \phi$ অনুসৰি .....(1)

লগতে $\phi \subseteq A$ .....(2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা আমি পালোঁ যে, $A = \phi$ আৰু একেদৰে $B = \phi$.



১.১৭ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ উদাহৰণ দিয়ক— i) পাঁচটা ৰিক্ত সংহতি

ii) পাঁচটা সসীম সংহতি

iii) পাঁচটা অসীম সংহতি

প্ৰশ্ন ২ঃ দণ্ড পদ্ধতিৰে তলৰ সংহতিকেইটা উপস্থাপন কৰক—

i) $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots\right\}$

ii) $B = \left\{\frac{1}{1.2}, \frac{1}{1.3}, \frac{1}{3.4}, \frac{1}{4.5}, \cdots\right\}$

iii) C = {2, 5, 10, 17, 26, 37, 50}

প্ৰশ্ন ৩ঃ তলৰ সংহতিকেইটা তালিকা পদ্ধতিত লিখক—

i) $A = \{x : x \in N, 2 < x < 10\}$

ii) $B = \{x : x \in N, 4+x < 15\}$

iii) $C = \{x : x \in Z, -5 \leq x \leq 5\}$

প্ৰশ্ন ৪ঃ যদি A = {1, 3}, B = {1, 3, 5, 9}, C = {2, 4, 6, 8} আৰু D = {1, 3, 5, 7, 9} তেন্তে তলৰ বিন্দুবোৰত $\subseteq$ অথবা $\notin$ বহুৰাই খালি ঠাই পূৰণ কৰক— i) A ... B, ii) A... C, iii) C ... D, iv) B ... D

প্ৰশ্ন ৫ঃ সঁচানে মিছা লিখক—

i) $4 \in \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$, (ii) $\phi = \{\phi\}$

iii) A = {2, 3} হ'ল B = {x : (x–1)(x–2)(x–3) = 0} ৰ এটা প্ৰকৃত উপ-সংহতি।

iv) $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

প্ৰশ্ন ৬ঃ যদি $U = \{x : x \in N\}$, $A = \{x : x \in N, x$ যুগ্ম সংখ্যা$\}$, $B = \{x : x \in N, x < 10\}$ $C = \{x : x \in N, x$ ক 3ৰে হৰণ কৰিব পাৰি$\}$, তেন্তে উলিয়াওক।

i) $A \cup B$, ii) $A \cap C$, iii) $B \cap C$, iv) A', (v) B', vi) C'.

প্ৰশ্ন ৭ঃ যদি $A \cup B = B$ আৰু $B \cup C = C$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰক যে $A \subseteq C$.

প্ৰশ্ন ৮ঃ যদি $U = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,

$A = \{-5, -2, 1, 2, 4\}$

$B = \{-2, -3, 0, 2, 4, 5\}$

$C = \{1, 0, 2, 3, 4, 5\}$,

তেন্তে বিচাৰি উলিয়াওক i) $A \cup B$, ii) $A \cap C$, iii) $A \cap (B \cup C)$, iv) $B \cap C'$, v) $A' \cup (B \cap C')$, vi) $A - C'$, vii) $A - (B \cup C)'$, viii) $(B \cup C')$, ix) $A' \cup C'$, x) $(C' \cup B) - A$.

প্ৰশ্ন ৯ঃ তলৰ কথাবোৰ প্ৰমাণিত কৰক—

i) যদি A, B, C এনে তিনিটা সংহতি, য'ত $A \subseteq B$,
তেন্তে $A \cup C \subseteq B \cup C$, $A \cap C \subseteq B \cap C$.

ii) $A \subseteq B$ হ'ব যদি আৰু কেৱল $B' \subseteq A'$ হ'ব।

iii) $A \subseteq B$ যদি আৰু কেৱল $A \cap B = A$.

iv) যদি $A \cap B = \phi$, তেন্তে $A \subseteq B'$.

প্ৰশ্ন ১০ঃ যদি Aৰ i) পাঁচটা আৰু ii) 2^n উপাদান আছে তেন্তে P(A)ত কিমানটা উপাদান থাকিব?

প্ৰশ্ন ১১ঃ গুৱাহাটীৰ প্ৰতিগৰাকী বাসিন্দাই অসমীয়া অথবা ইংৰাজী অথবা দুয়োটা ভাষা ক'ব পাৰে। যদি 80% বাসিন্দাই অসমীয়া আৰু 30% ই দুয়োটা ভাষা ক'ব পাৰে, তেন্তে কিমান শতাংশ বাসিন্দাই ইংৰাজীত কথা ক'ব পাৰে?

প্ৰশ্ন ১২ঃ এখন মহাবিদ্যালয়ৰ 76% শিক্ষাৰ্থীয়ে চাহ আৰু 63% শিক্ষাৰ্থীয়ে কফি খায়। প্ৰমাণ কৰক যে অতি কমেও 39% আৰু অতি কমেও 63% শিক্ষাৰ্থীয়ে চাহ আৰু কফি দুয়োবিধ পানীয় সেৱন কৰে।

প্ৰশ্ন ১৩ঃ 100 জন শিক্ষাৰ্থীৰ মাজত চলোৱা সমীক্ষা এটাৰ পৰা গম পোৱা গ'ল যে ইয়াৰে 40 জনে ৰিডাৰ্চ ডাইজেষ্ট পঢ়ে, 32 জনে ইণ্ডিয়া টুডে' পঢ়ে, 26 জনে আউটলুক পঢ়ে, 10 জনে ৰিডাৰ্চ ডাইজেষ্ট আৰু ইণ্ডিয়া টুডে' দুয়োখন পঢ়ে, 6 জনে ইণ্ডিয়া টুডে' আৰু আউটলুক পঢ়ে। 7 জনে ৰিডাৰ্চ ডাইজেষ্ট আৰু আউটলুক পঢ়ে আৰু 5 জনে আটাইকেইখন আলোচনী পঢ়ে। এখনো আলোচনী নপঢ়া শিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা কিমান?

প্ৰশ্ন ১৪ঃ এটা পৰীক্ষাত, 60% পৰীক্ষাৰ্থীয়ে গণিতৰ পৰীক্ষাত, 50% ই পদাৰ্থ বিজ্ঞানত, 40% ই কম্পিউটাৰ বিজ্ঞান, 20% ই গণিত আৰু পদাৰ্থ বিজ্ঞানত, 40% ই পদাৰ্থ বিজ্ঞান আৰু কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানত, 30% ই গণিত আৰু কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানত আৰু 10% ই আটাইকেইটা বিষয়তে উত্তীৰ্ণ হৈছে। আটাইকেইটা বিষয়তে কিমান শতাংশ শিক্ষাৰ্থী অনুত্তীৰ্ণ হৈছে?

*** ***** ***