অধ্যায় ৩ ঃ বিত্তীয় গণিত (MATHEMATICS OF FINANCE)

অধ্যায় গাঁথনি

৩.১ উদ্দেশ্য

৩.২ পৰিচয়

৩.৩ সৰল সুত

৩.৩.১ সৰল সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন গণনাৰ সূত্রাৱলী

৩.৪ সুত আৰু সময় গণনাৰ সূত্রাৱলী

৩.৫ চক্রবৃদ্ধি সুত (বা মিশ্রসুত)

৩.৫.১ চক্রবৃদ্ধি সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন গণনাৰ সূত্রাৱলী

৩.৫.২ বৰ্তমান মূল্য

৩.৬ অবচয়

৩.৭ বার্ষিকী

৩.৭.১ বার্ষিকীৰ প্রকাৰ

৩.৭.২ সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ সমৃদ্ধিমূল

৩.৭.৩ সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ বৰ্তমান মূল্য

৩.৮ অধ্যায়টিৰ পৰা কি শিকিলোঁ

৩.৯ অধিক জানিবলৈ

৩.১০ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৩.১১ আৰ্হি প্রশ্ন

৩.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টিৰ অধ্যয়ন কৰি আপুনি—

- সৰল সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব
- নির্দিষ্ট সময়ৰ অন্তত সৰল সুত আৰু সবৃদ্ধিমূল উলিয়াব পাৰিব
- চক্রবৃদ্ধি সুত, চক্রবৃদ্ধি সমূল আৰু বৰ্তমান মূল্য ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব
- নির্দিষ্ট সময়ৰ অন্তত হোৱা চক্রবৃদ্ধি সুত আৰু সবৃদ্ধিমূল হিচাপ কৰি উলিয়াব পাৰিব যেতিয়া সুত বছৰে বছৰে বা ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে বা তিনি মাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়
- সম্পত্তিৰ মূল্যৰ অবচয় আৰু ভঙামূল্য সম্পর্কে আলোচনা কৰিব পাৰিব
- বার্ষিকী আৰু বার্ষিকীৰ প্রকাৰ সম্পর্কে ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব, সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল নির্ণয় কৰিব পাৰিব
- সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ বৰ্তমান মূল্য উলিয়াব পাৰিব।

৩.২ পৰিচয়

টকাৰ আৱশ্যক হ'লে এজন মানুহে আন এজনৰ পৰা নাইবা বত্তীয় প্রতিষ্ঠানৰ পৰা ধাৰ লয়। টকা ধাৰে দিয়া ব্যক্তিজনে (বা প্রতিষ্ঠানটোৱে) দেনাদাৰ (debtor) জনক কিছু ওপৰঞ্চি টকা দিবলৈ দাবী কৰে। সেই কাৰণে দেনাদাৰজনে (যিজনে টকা ধাৰ লয়) ধাৰ পৰিশোধ কৰাৰ সময়ত ধাৰ লোৱা টকাৰ ওপৰঞ্চি কিছু টকা আদায় দিবলগীয়া হয়। ধাৰ বাবদ দিবলগীয়া এই ওপৰঞ্চি টকাক সুত বুলি কোৱা হয়। ধাৰ লোৱা টকাক মূলধন (principal) আৰু যিমান সময়ৰ কাৰণে ধাৰ লোৱা হয়, তাক ধাৰৰ সময় বা সংক্ষেপে সময় বোলে। সুতসহ মূলধনক সমূল বা সবৃদ্ধিমূল (amount) বোলে।

মূলধনৰ ওপৰত সুত গণনা কৰাৰ কাৰণে 100 টকাৰ ওপৰত এবছৰত কিমান সুত দিব লাগে, তাক থিৰাং কৰা হয়। ইয়াকে সুতৰ হাৰ বোলে। ইয়াক সদায় শতকৰা বছৰি হিচাপত প্রকাশ কৰা হয়। যদি 100 টকাৰ ওপৰত এবছৰত 8 টকা সুত দিবলগীয়া হয়, তেন্তে সুতৰ বাৰ হ'ব বছৰি 8%। এইদৰে যদি এজন মানুহে বছৰি 8.25% হাৰ সুতত 5000 টকা 3 বছৰৰ কাৰণে ধাৰ লয়, তেন্তে 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত হ'ব 8.25 টকা।

৩.৩ সৰল সুত (SIMPLE INTEREST)

যদি ঋনৰ সময়চোৱাৰ কাৰণে কেৱল ধাৰে লোৱা টকা (মূলধন)ৰ ওপৰত সুত লোৱা হয়, তেন্তে সেই সুতক সৰল সুত বোলে। গতিকে ঋনৰ সময়চোৱাৰ প্রত্যেক বছৰত সৰল সুত সমান হয়।

৩.৩.১ সৰল সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন গণনা কৰাৰ সূত্রাৱলী (Formulac for calculation of simple interest, amount and principal)

সৰল সুতৰ সূত্র (Formula for Simple interest) ঃ ধৰাহ'ল মূলধন P টকা, ঋণৰ সময় = n (বছৰত) আৰু সুতৰ হাৰ বছৰি r%।

গতিকে 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত = $\frac{r}{10}$ টকা

$\Rightarrow$P টকাৰ 1 বছৰৰ সুত = $\frac{p \times r}{100}$ টকা

$\Rightarrow$P টকাৰ n বছৰৰ সুত = $\frac{p \times r \times n}{100}$ টকা

যদি I (টকাত)য়ে সুত বুজায়, তেন্তে I = $\frac{P \times r \times n}{100}$ (4.1)

এতেকে যদি P, r, n জনা থাকে তেন্তে সূত্র (4.1)ৰ পৰা I নির্ণয় কৰিব পাৰি।

সবৃদ্ধিমূলৰ সূত্ৰ (Formula for Amount) ঃ যদি সবৃদ্ধিমূলক Aৰে (টকাত) বুজোৱা হয়,

তেন্তে A = P + I -- (4.2)

আকৌ A = P+I

$\Rightarrow A = P + \frac{P \times r \times n}{100}$

$\Rightarrow A = P\left(\frac{P \times r \times n}{100}\right)$ -- (4.3)

এতেকে সূত্ৰ (4.3) ব্যৱহাৰ কৰি পোনপটীয়াকৈ A নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি যদি p, r, n জনা থাকে।

মূলধনৰ সূত্ৰ (Formula for Principal) ঃ

আমি জানো যে—

$$I = \frac{P \times r \times n}{100}$$

$\Rightarrow P \times r \times n = I \times 100$

$\Rightarrow P = \frac{1 \times 100}{r \times n}$ -- (4.4)

আকৌ আমি পাওঁ, $P\left(1 + \frac{r \times n}{100}\right) = A$

$$\Rightarrow P = \frac{A}{1 + \frac{r \times n}{100}} --(4.5)$$

এতেকে P উলিয়াবৰ কাৰণে আমি সূত্ৰ (4.4) ব্যৱহাৰ কৰো যদি I, r, n জনা থাকে আৰু সূত্ৰ (4.5) ব্যৱহাৰ কৰো যদি A, r, n জনা থাকে।



জনা উচিত

১। আন কোনো উল্লেখ নাথাকিলে সুত বুলিলে সৰল সুতক বুজায়।

২। ঋণৰ সময়ক বছৰত প্ৰকাশ কৰি ল'ব লাগে যদি এই সময় মাহ বা দিন হিচাপত থাকে। এই ক্ষেত্ৰত আমি পাওঁ— 1 মাহ = $\frac{1}{12}$ বছৰ

1 দিন = $\frac{1}{365}$ বছৰ

৩। যদি ঋণৰ সময়চোৱাৰ দুটা প্ৰান্তীয় তাৰিখ (ধাৰ লোৱা তাৰিখ আৰু ধাৰ পৰিশোধ কৰা তাৰিখ) থাকে, তেন্তে দিনৰ সংখ্যা গণনা কৰাৰ সময়ত প্ৰান্তীয় তাৰিখ দুটাৰ এটা বাদ দিব লাগে। উদাহৰণ স্বৰূপে যদি এপ্ৰিল 3, 2008 তাৰিখে ধাৰ লৈ জুলাই 7, 2008 তাৰিখে ধাৰ পৰিশোধ কৰা হয়, তেন্তে আমি সুত দিবলগীয়া

দিনৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণে গণনা কৰো ঃ

মাহ	দিনৰ সংখ্যা
এপ্রিল	27 (30–3)
মে'	31
জুন	30
জুলাই	17
মুঠ দিনৰ সংখ্যা	105

গতিকে ঋণৰ সময় (বছৰত) = $\frac{105}{365} = \frac{21}{73}$

টোকা ঃ এপ্রিল 3, 2008ৰ পৰা জুলাই 17, 2008 লৈ মুঠতে 106 দিন হয়। প্রথম প্রান্তীয় তাৰিখ এপ্রিল 3 বাদ দি ওপৰত দেখুৱা ধৰণে 105 পোৱা গৈছে।

অনুশীলনী - ৩.১

বছৰি 9.5% হাৰত 800 টকাৰ 5 বছৰৰ সুত আৰু সবৃদ্ধিমূল নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত p = 800 টকা, n=5 বছৰ

r = 9.5

এতেকে সুত 1= $\frac{800 \times 9.5 \times 5}{100}$ টকা = 380 টকা

আকৌ A = 800 টকা +380 টকা = 1180 টকা

অনুশীলনী - ৩.২

এজন মানুহে বছৰি 12.5% হাৰ সুতত 12,000 টকা 2 বছৰ 3 মাহৰ কাৰণে ধাৰে ল'লে। ধাৰ পৰিশোধ কৰিবলৈ মানুহজনে কিমান টকা আদায় দিব লাগিব?

সমাধান ঃ দিয়া আছে, p = 12,000 টকা, r = 12.5

$$n = 2 + \frac{3}{12} = \frac{9}{4} \text{ বছৰ}$$

$A = P\left(1 + \frac{r \times n}{100}\right)$ ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ

$$A = 12{,}000 \times \left(1 + \frac{12.5 \times 9}{100 \times 4}\right)$$

$$= 12{,}000 \times \left(\frac{400 + 112.5}{400}\right)$$

$$= 12{,}000 \times \frac{512.5}{400} = 15{,}375$$

এতেকে আদায় দিবলগীয়া টকাৰ পৰিমাণ =15,375 টকা

অনুশীলনী - ৩.৩

এজন মানুহে 115,000 টকাৰ এটা অংশ বছৰি 5% হাৰ সুতত এজন মানুহক আৰু আনটো অংশ বছৰি 6% হাৰত আন এজন মানুহক ধাৰে দি 3 বছৰৰ মূৰত মুঠতে 17,460 টকা পালে। প্ৰত্যেক অংশত ধাৰে দিয়া টকাৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল বছৰি 5% হাৰ সুতত x টকা ধাৰে দিয়া হয়। গতিকে বছৰি 6% হাৰ সুতত ধাৰে দিয়া হয় (15,000–x) টকা। আকৌ 3 বছৰত পোৱা সুতৰ পৰিমাণ =(17,460–15,000) টকা

= 2460 টকা

এতিয়া x টকাৰ সুত $= \frac{x \times 5 \times 3}{100}$ টকা $= \frac{15x}{100}$ টকা

আৰু (15,000–x) টকাৰ সুত টকা $= \frac{(15,000 - x) \times 6 \times 3}{100}$

$= \frac{18 \times (15,000 - x)}{100}$ টকা

গতিকে, $\frac{15x}{100} + \frac{18 \times (15,000 - x)}{100} = 2460$

$\Rightarrow$ 15x + 270000–18x = 246000

$\Rightarrow$ –3x = –24000

$\Rightarrow$ x = 8000

এতেকে, প্ৰথমজন মানুহক ধাৰে দিয়া টকাৰ পৰিমাণ = 8,000 টকা আৰু দ্বিতীয়জন মানুহক ধাৰে দিয়া টকাৰ পৰিমাণ =(15,000–8,000) টকা = 7,000 টকা

অনুশীলনী - ৩.৪

বছৰি 6.25% হাৰ সুতত কিমান টকাৰ 3 বছৰ 6 মাহত সবৃদ্ধিমূল 34, 125 টকা হ'ব?

সমাধান ঃ দিয়া আছে, A = 34, 125 টকা, r = 6.25

$n = 3\frac{6}{12} = \frac{7}{2}$ বছৰ

এতিয়া টকা $P = \frac{A}{1 + \frac{r \times n}{100}} = \left(\frac{34,125}{1 + \frac{6.25 \times 7}{100 \times 2}} \right)$

$= \left(\frac{34,125}{\frac{200 + 43.75}{200}} \right)$ টকা $= \frac{34125 \times 200}{243.75}$ টকা

$= \frac{3412500 \times 200}{24375}$ টকা $= (140 \times 200)$ টকা

= 28,000 টকা

অনুশীলনী - ৩.৫

কিছু টকাৰ 5 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 1,092 টকা আৰু 8 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 1,243.20 টকা হ'লে সেই টকাৰ পৰিমাণ নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াৰ 1,243.20 টকা = P + 8 বছৰৰ সুত।

1,092 টকা =P + 5 বছৰৰ সুত।

বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ—

(1,243.20 – 1,092) টকা = 3 বছৰৰ সুত

এতেকে, 3 বছৰৰ সুত = 151.20 টকা

$\Rightarrow$1 বছৰৰ সুত = $\frac{151.20}{3}$ টকা = 50.40 টকা

$\Rightarrow$5 বছৰৰ সুত = 252 টকা

$\therefore$মূলধন = (1092 – 252) টকা = 840 টকা

৩.৪ সুতৰ হাৰ আৰু সময় উলিয়াবলৈ (TO FIND RATE OF INTEREST AND PERIOD)

সুতৰ হাৰ নির্ণয় কৰাৰ সূত্র (Formula to find rate of interest) ঃ আমি জানো যে

$1 = \frac{P \times r \times n}{100}$

$= P \times r \times n = 1 \times 100$

$\Rightarrow r = \frac{1 \times 100}{P \times n} - - - (4.6)$

আকৌ I = A – P

এতেকে, যদি P, I, n বা A, P, n জনা থাকে, তেন্তে সুতৰ হাৰ নির্ণয় কৰিব পাৰি।

অনুশীলনী - ৩.৬

শতকৰা বছৰি কি হাৰ সুতে কোনো মূলধন 20 বছৰত সুতে-মূল তিনিগুণ হ'বগৈ?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মূলধন P, দিয়া আছে যে—

n = 20 বছৰ, A = 3P

এতেকে I = 3P – P = 2P

এতিয়া সূত্র (4.6)ৰ পৰা আমি পাওঁ,

$$r = \frac{I \times 100}{p \times n} = \frac{2p \times 100}{p \times 20} = 10$$

এতেকে নির্ণেয় সুতৰ হাৰ বছৰি 10%

সময় নির্ণয় কৰাৰ সূত্র (Formula to find period) ঃ আমি জানো যে—

$I = \frac{P \times r \times n}{100}$ । এইটোৱে ইয়াকে সূচায় যে, $P \times r \times n = 100 \times I$

এতেকে, $n = \frac{100 \times I}{P \times r}$

আকৌ I = A – P

এতেকে যদি P, I, r বা A, P, r জনা থাকে, তেন্তে ঋণৰ সময় নির্ণয় কৰিব পাৰি।

অনুশীলনী - ৩.৭

বছৰি 8.04% হাৰ সুতত, কিমান সময়ত 12,600 টকা সুতে-মূলে 15,976.80 টকা হ'বগৈ?

সমাধান ঃ দিয়া আছে, P = 12,600 টকা

A = 15,976.80 টকা

r = 8.04

আকৌ I = (15,976.80–12,600) টকা

= 3,376.80 টকা

সূত্র (4.7)ৰ পৰা আমি পাওঁ,

$$n = \frac{100 \times I}{P \times r} = \frac{100 \times 3376.80}{12600 \times 8.04}$$

$$= \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$ বছৰ

∴ধাৰে লোৱা টকাৰ সময় 3 বছৰ 4 মাহ।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ১

প্রশ্ন নং ১ঃ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখক—

(ক) সূত মূলধনৰ ওপৰত হিচাপ কৰা হয় (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(খ) যদি 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত i হয়, তেন্তে I = P × i × n য'ত I, P, n য়ে সচৰাচৰ বহন কৰা অর্থ বুজায়। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(গ) বছৰি 12% হাৰ সৰল সুতত 450 টকাৰ 1 মাহৰ সুত 5.40 টকা। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(ঘ) এজন মানুহে 1000 টকা, জুলাই 13, 2008 তাৰিখে ধাৰে লৈ সুতসহ ডিচেম্বৰ 6, 2008 তাৰিখে পৰিশোধ কৰে। সুত হিচাপে কৰা দিনৰ সংখ্যা হ'ব 147। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(ঙ) বছৰি 12.5% হাৰ সুতত কোনো মূলধনৰ 2 বছৰৰ সুত মূলধনৰ এক চতুর্থাংশৰ সমান হ'ব। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

প্রশ্ন নং ২ঃ খালী ঠাই পূর্ণ কৰক ঃ

(ক) বছৰি 6.25% হাৰ সুতত 1250 টকাৰ 2 বছৰ 6 মাহৰ সুত হ'ব .....।

(খ) এজন মানুহে বছৰি 12% হাৰ সুতত 750 টকা 2 বছৰ 1 মাহৰ বাবে 750 টকা ধাৰ ল'লে। ঋণমুক্ত হ'বলৈ তেওঁ পৰিশোধ কৰিব লাগিব .....।

(গ) কোনো মূলধনৰ 5 বছৰৰ সুত মূলধনৰ $\frac{2}{5}$ অংশৰ সমান হ'লে সুতৰ হাৰ হ'ব .....।

(ঘ) কোনো মূলধনৰ 4 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 670 টকা আৰু সেই একে মূলধনৰ 6 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 755 টকা হ'লে মূলধন আৰু হাৰ সুতৰ ক্রমে ..... আৰু .....।

৩.৫ চক্রবৃদ্ধি সুত (COMPOUND INTEREST)

ইতিমধ্যে আমি নির্দিষ্ট সুতৰ হাৰত ঋণৰ সমচোৱাৰ বাবে মূলধনৰ সৰল সুত কিমান হ'ব তাক কেনেকৈ হিচাপ কৰি উলিয়াব লাগে শিকিছো। মূলধনৰ সৰল সুত বছৰে বছৰে সমান হয়। বেংক, জীৱন বীমা নিগম ইত্যাদি বিত্তীয় প্রতিষ্ঠান বিলাকে সৰল সুতৰ বাহিৰে আন প্রকাৰৰ সুতহে লয়। এই প্রকাৰৰ সুতকে মিশ্র সুত বা চক্রবৃদ্ধি সুত হিচাপে জনা যায়। এই ক্ষেত্রত মূলধনৰ প্রথম বছৰৰ সুত (বা প্রথম ছমাহৰ সুত বা প্রথম তিনিমাহৰ সুত) মূলধনৰ লগত দ্বিতীয় বছৰৰ (বা দ্বিতীয় ছমাহৰ বা দ্বিতীয় তিনিমাহৰ) বাবে যোগ কৰা হয় আৰু এই প্রক্রিয়া ঋণৰ সময়চোৱাত চলি থাকে। ঋণৰ সময়চোৱাৰ অন্তত হোৱা সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধনৰ পার্থক্যই হ'ল চক্রবৃদ্ধি সুত। এই কথা লক্ষ্যনীয় যে—

(১) যদি সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে হিচাপ কৰা হয় তেন্তে প্রথম ছয়মাহৰ সুত মূলধনৰ লগত যোগ কৰি যোগফলক দ্বিতীয় ছয়মাহৰ বাবে মূলধন হিচাপে লোৱা হয় আৰু এই প্রক্রিয়া ঋণৰ সময় চোৱাত চলি থাকে।

(২) সেইদৰে, সুতত তিনি মাহৰ মূৰে মূৰে হিচাপ কৰাৰ ক্ষেত্রত, মূলধনৰ প্রথম তিনিমাহৰ সুত মূলধনৰ লগত যোগ কৰি তাক দ্বিতীয় তিনিমাহৰ বাবে মূলধন হিচাপে লোৱা হয় আৰু এই প্রক্রিয়া ঋণৰ সময়চোৱাত চলি থাকে।

৩.৫.১ চক্রবৃদ্ধি সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন উলিওৱা সূত্র (Formulae for Calculation of Compound Interest (C.I.), Amount and Principal)

বছৰেকীয়া হিচাপ ঃ ধৰাহ'ল সুতৰ হাৰ বছৰি r%।

∴1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $\frac{r}{100}$ টকা। যদি মূলধন P টকা হয়, তেন্তে P টকাৰ 1 বছৰৰ সুত হ'ব $\frac{P\times r}{100}$ টকা। গতিকে 1 বছৰৰ শেষত সবৃদ্ধিমূল

$=\left(P+\frac{P\times r}{100}\right)$ টকা $=P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)$ টকা

গতিকে, দ্বিতীয় বছৰৰ মূলধন $=P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)$ টকা।

$P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)$ টকাৰ দ্বিতীয় বছৰৰ সুত $\left\{p\times\left(1+\frac{r}{100}\right)\times\frac{r}{100}\right\}$ টকা

গতিকে, দ্বিতীয় বছৰৰ শেষত সবৃদ্ধিমূল

$=p\times\left(1+\frac{r}{100}\right)$ টকা $+\left\{P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)\times\frac{r}{100}\right\}$ টকা

$=\left\{P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)\times\left(1+\frac{r}{100}\right)\right\}$ টকা

$=P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^2$ টকা $--$ (4.9)

সেইদৰে, তৃতীয় বছৰৰ শেষত সবৃদ্ধিমূল $=P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^3$ টকা $--$ (4.10)

এই হিচাপত আমি সিদ্ধান্ত ল'ব পাৰো যে যদি n তম বছৰৰ শেষত সবৃদ্ধিমূল A টকা হয়, তেন্তে আমি পাওঁ—

$$A=P\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^n \quad ---(4.11)$$

বা $A = P\times (1+i)^n$ $---$ (4.12)

য'ত i হ'ল 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $=\frac{r}{100}$ টকা

আকৌ, চক্রবৃদ্ধিত সুত (C.I) = A – P

$$=p\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^n-p$$

$$\therefore C.I = P \times \left\{ \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n - 1 \right\} \quad ---(4.13)$$

বা $C.I = P \times \left\{ (1+i)^n - 1 \right\} \quad ---(4.14)$

য'ত i = 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= \frac{r}{100}$ টকা

ছয়মহীয়া হিচাপ ঃ 1 টকাৰ ছয়মাহৰ সুত $= \left(\frac{r/2}{100} \right)$ টকা আৰু n বছৰত ছয়মাহৰ সংখ্যা 2n ৰ সমান। গতিকে সূত্ৰ (4.11)ৰ পৰা আমি পাওঁ ঃ

$$A = P \times \left(1 + \frac{r/2}{100} \right)^{2n} \quad ---(4.15)$$

বা $A = P \times \left(1 + \frac{i}{2} \right)^{2n}$, য'ত $i = \frac{r}{100}$ টকা

আকৌ,

$$C.I = P \times \left\{ \left(1 + \frac{r/2}{100} \right)^{2n} - 1 \right\} \quad ---(4.17)$$

বা $C.I = P \times \left\{ \left(1 + \frac{i}{2} \right)^{2n} - 1 \right\} \quad ---(4.18)$

য'ত $i = \frac{r}{100}$ টকা

তিনিমহীয়া হিচাপ ঃ 1 টকাৰ তিনিমহৰ সুত = $\left(\frac{r/4}{100} \right)$ টকা আৰু n বছৰত তিনিমাহৰ সংখ্যা 4n ৰ সমান।

গতিকে সূত্ৰ (4.11)ৰ পৰা আমি পাওঁ—

$$A = P\times\left(1+\frac{r/4}{100}\right)^{4n} \quad ---(4.19)$$

বা $A = P\times\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4n} \quad ---(4.20)$

য'ত টকা $i = r/100$

আকৌ

$$C.I = P\times\left\{\left(1+\frac{r/4}{100}\right)^{4n}-1\right\}---(4.21)$$

বা $C.I = P\times\left\{\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4n}-1\right\}---(4.22)$

য'ত $i = r/100$ টকা

অনুশীলনী - ৩.৮ ঃ 5 বছৰি 10% হাৰ সুতে 5000 টকাৰ 3 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুত নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত P = 5,000 টকা, n=3 বছৰ

$r = 10, i = \frac{10}{100} = 0.1$

এতিয়া $A = P\times (1+i)^n = 5000\times (1+0.1)^3$

$= 5000\times (1.1)^3 = 5000\times 1.331$

$= 6655$

গতিকে নির্ণেয় সবৃদ্ধিমূল =6,655 টকা আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুত =6,655 টকা –5,000 টকা = 1,655 টকা

অনুশীলনী - ৩.৯ ঃ সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে যোগ হ'লে, বছৰি 6% হাৰ সুতত 25,000 টকাৰ 1 বছৰ 6 মাহৰ চক্ৰবৃদ্ধি সুত নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত P = 25,000 টকা, $n = 1\frac{1}{2}$ বছৰ, $= \frac{3}{2}$ বছৰ

ছয়মাহৰ সংখ্যা $= 2n = 2\times\frac{3}{2} = 3, \quad i = \frac{6}{100} = 0.06$

এতিয়া $A = P\times\left(1+\frac{i}{2}\right)2n = 25000\times\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^3$

$= 25000 \times (1.03)3 = 27318.28$ টকা (প্রায়)

আৰু এইখিনিয়ে সবৃদ্ধিমূল। গতিকে চক্রবৃদ্ধি সুত = 27318.28 টকা – 25000 টকা = 2,318.28 টকা

অনুশীলনী - ৩.১০ ঃ এজন মানুহে এটা বেংকত 8% চক্রবৃদ্ধি হাৰ সুতত 20,000 টকা জমা থ'লে। যদি সুত তিনিমাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়, তেন্তে এবছৰৰ মূৰত মানুহজনে বেংকৰ পৰা কিমান টকা পাব?

সমাধান ঃ দিয়া আছে P=20,000 টকা, n=1বছৰ,

$$i = \frac{8}{100} = 0.08$$

তিনিমাহৰ সংখ্যা $4n = 4 \times 1 = 4$

মানুহজনে বেংকৰ পৰা পাবলগীয়া টকা হ'ব ঃ

$$A = P\times\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4n} = 20000\times\left(1+\frac{0.08}{4}\right)^4$$

$= 20000 \times (1.02)4 = 20000 \times 1.08\ 24$

=21, 648 টকা (প্রায়)

অনুশীলনী - ৩.১১ ঃ বছৰি 6% হাৰ সুতত কোনো মূলধনৰ 3 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত আৰু সৰল সুতৰ পার্থক্য 545.80 টকা হ'লে মূলধন নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মূলধন P টকা।

এতিয়া $i = \frac{6}{100} = 0.06$, n = 3,

গতিকে, A (চক্রবৃদ্ধি সুতত) $P \times (1+i)^n = P \times (1.06)^3$

$= P \times 1.190916$

.C.I $= P \times 1.190916 - P$

$= P \times 0.190916$

আকৌ সৰল সুত $(S.I) = \frac{P\times 6\times 3}{100} = P\times 0.18$

দিয়া আছে যে C.I – S.I = 545.80

এইটোৱে সূচায় যে, $P \times 0.190916 - P \times 0.18 = 545.80$

$\Rightarrow P \times 0.01096 = 545.80$

$$\Rightarrow P = \frac{545.80}{0.01096}$$

= 50000

গতিকে নির্ণেয় মূলধন =50,000 টকা

অনুশীলনী - ৩.১২ ঃ চক্রবৃদ্ধি সুতত কোনো মূলধন 3 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 26,620 টকা আৰু 5 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল 32,210.20 টকা হ'লে মূলধন আৰু সুতৰ হাৰ নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মূলধন P টকা আৰু চক্রবৃদ্ধি সুতৰ হাৰ বছৰি r%। দিয়া আছে যে—

$P \times (1+i)^3 = 26,620$ – – (1)

$P \times (1+i)^5 = 32,210.20$ – – (2)

(2)ক (1)ৰে হৰণ কৰি আমি পাওঁ,

$$(1+i)^2 = \frac{32210.20}{26620} = 1.21$$

$\Rightarrow 1+i = 1.1 \quad \Rightarrow i = 0.1 \quad \Rightarrow \frac{r}{100} = 0.1 \quad \Rightarrow r = 10$

.সুতৰ হাৰ = বছৰি 10%

(1)ত i = 0.1 বহুৰাই আমি পাওঁ—

$$P = \frac{26620}{(1.1)^3} = \frac{26620}{1.331} = 20000$$

∴নির্ণেয় মূলধন 20,000 টকা

অনুশীলনী - ৩.১৩ ঃ চক্রবৃদ্ধি সুতৰ কি হাৰত কোনো মূলধন 15 বছৰত সূতেমূলে দুগুণ হ'বগৈ?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মূলধন P টকা আৰু চক্রবৃদ্ধি সুতৰ হাৰ বছৰি r%। দিয়া আছে, A=2P টকা, n=15

এতিয়া, $P \times (1+i)^{15} = 2P$

$\Rightarrow (1+i)^{15} = 2$

$\Rightarrow 15 \log(1+i) = \log 2$

$\Rightarrow \log(1+i) = \frac{0.3010}{15} = 0.0201$ (প্রায়)

$\Rightarrow 1+i = \text{anti log}(0.0201) = 1.047$

$\Rightarrow i = .047$ (প্রায়)

গতিকে নির্ণেয় সুতৰ হাৰ = বছৰি 4.7% (প্রায়)

৩.৫.২ বর্তমান মূল্য (Present Value)

যদি চক্রবৃদ্ধি সুতত কোনো মূলধন নির্দিষ্ট সময়ৰ কাৰণে বিনিয়োগ কৰা হয়,

তেন্তে পাবলগীয়া সবৃদ্ধিমূলক ভৱিষ্যত মূল (Future Value) আৰু বিনিয়োগ কৰা ধনক বর্তমান মূল্য বোলে। গতিকে যদি বছৰি r% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত P টকা n বছৰৰ বাবে বিনিয়োগ কৰা হয়, আৰু ইয়াৰ ভৱিষ্যত মূল্য A টকা হয়, তেন্তে আমি পাওঁ, $A=P\times (1+i)^n$, য'ত $i = \frac{r}{100}$ টকা

$$\therefore P = \frac{A}{(1+i)^n} = A\times(1+i)^{-n}$$

যদি সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে যোগ হয়, তেন্তে—

$$P = A\times\left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2n}$$

যদি সুত তিনি মাহৰ মূৰে মূৰে যোগ হয়, তেন্তে—

$$P = A\times\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-4n}$$

অনুশীলনী - ৩.১৪ ঃ যদি সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে হিচাপ কৰা হয়, তেন্তে বছৰি 8% হাৰ সুতত কি বর্তমান মূল্য বিনিয়োগ কৰিলে 5 বছৰত সবৃদ্ধিমূল 12,000 টকা হ'ব?

সমাধান ঃ ইয়াত A=12,000 টকা, $i = \frac{8}{100} = 0.08$

ধৰাহ'ল বর্তমান মূল্য P টকা। সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে যোগ হোৱা হেতুকে—

$$P = A\times\left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2n} = 12000\times(1+0.04)^{-10}$$

$\therefore \log P = \log 12000 - 10 \log 1.04$

$= 4.0792 - 10\times 0.0170$

$= 4.0792 - 0.170 = 2.9092$

$\Rightarrow P = \text{antilog } 3.9092 = 8114$

$\therefore$ নির্ণেয় বর্তমান মূল্য = 8.114 টকা

৩.৬ অবচয় (DEPRECIATION)

ঘৰ-দুৱাৰ, অট্টালিকা, যন্ত্রপাতি ইত্যাদি ধৰণৰ সম্পত্তিৰ মূল্য বছৰৰ পিছত বছৰ ধৰি কমি গৈ থাকে। কাৰণ এই বিলাকৰ জীৱন কাল টুটি গৈ থাকে। মূল্য হ্রাস প্রাপ্ত বা অবচয় হোৱা সম্পত্তিৰ তাৰ ব্যৱহার্য জীৱন কালৰ অন্তত হোৱা মূল্যক ভঙামূল্য (Scrap Value) বোলে। সম্পত্তিৰ আদি মূল্য (Original Value) আৰু ভঙামূল্যৰ পার্থক্য হ'ল সম্পত্তিৰ মুঠ অবচয়। যদি আদি মূল্য P টকাৰ ওপৰত অবচয়ৰ হাৰ বছৰি r%, তেন্তে n বছৰৰ অন্তত অবক্ষয় মূল্য A (টকাত) তলৰ সূত্রটো ব্যৱহাৰ কৰি পোৱা যাব।

$$A = P\times\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$$

বা $A = P\times(1-i)^n$ য'ত $i=\frac{r}{100}$ টকা

অনুশীলনী - ৩.১৫ ঃ 1,00,000 টকা দি কিনা মেচিন এটাৰ মূল্য বছৰি 10% হাৰত কমে। যদি মেচিনটোৰ ব্যৱহার্য জীৱনকাল 10 বছৰ, তেন্তে ভঙামূল্য নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত P=Rs. 1,00,000, n = 10, $i=\frac{10}{100}=0.1$

এতিয়া, $A = P\times(1-i)^{10} = 1,00,000\times(1-0.1)^{10}$

$= 100000\times(0.9)^{10}$

$\Rightarrow \log A = \log 100000 + 10\log 0.9$

$= 5 - 10\times\bar{1}.9452$

$= 5 + 10\times(-1+0.9452)$

$= 5-0.548 = 4.452$

$\Rightarrow A = \text{antilog } 4.452 = 28310$

এতেকে ভঙা মূল্য = 28,310 টকা

অনুশীলনী - ৩.১৬ ঃ 10,000 টকা মূল্যৰ মেচিন এটাৰ 10 বছৰ পিছত ভঙা মূল্য 2785 টকা হ'লে অবচয়ৰ হাৰ নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত P = 10,000 টকা, n = 10, A = 2785 টকা

ধৰাহ'ল অবচয়ৰ হাৰ বছৰি r%।

এতিয়া, $A = P\times\left(`1-\frac{r}{100}\right)^n$

$$\Rightarrow 2785 = 10000\times\left(`1-\frac{r}{100}\right)^{10}$$

$$\Rightarrow \left(1-\frac{r}{100}\right)^n = \frac{2785}{10000} = 0.2785$$

$$\Rightarrow 10\times\log\left(1-\frac{r}{100}\right) = \log 0.2785$$

$$\Rightarrow \log\left(1-\frac{r}{100}\right) = -0.055517 = \bar{1}.944483$$

$$= \bar{1}.9445$$

$$\Rightarrow 1-\frac{r}{100} = \text{antilog}\left(\bar{1}.9445\right) = 0.88$$

$$\Rightarrow r = 12$$

এতেকে, নির্ণেয় অবচয়ৰ হাৰ = বছৰি 12%



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ২

প্রশ্ন নং ১ঃ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখক ঃ

(ক) বছৰি r% হাৰ সুতত P টকাৰ 1 বছৰৰ সৰল সুত আৰু মিশ্র সুত সমান। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(খ) বছৰি 10% হাৰ সুতত 1000 টকাৰ 2 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত আৰু সৰল সুতৰ পার্থক্য 10 টকা হ'ব। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(গ) যদি সুত তিনিমাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়, তেন্তে বছৰি 20% হাৰ সুতত 6 মাহৰ অন্তত 100 টকা 110.05 টকা হ'বগৈ। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(ঘ) যদি সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়, তেন্তে বছৰি 10% হাৰ সুতত 1000 টকাৰ 1 বছৰ 6 মাহৰ চক্রবৃদ্ধি সুত হ'ব 331 টকা। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

প্রশ্ন নং ২ঃ খালী ঠাই পূর্ণ কৰক ঃ

(ক) বছৰি 4% হাৰ সুতত 20,000 টকাৰ 3 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত হ'ব .....।

(খ) সুত ছয়াহৰ মূৰে গণনা কৰিলে বছৰি 10% হাৰ সুতত 25,000 টকাৰ 2 বছৰ 6 মাহৰ সুত হ'ব .....।

৩.৭ বার্ষিকী (ANNUITY)

বার্ষিকী হ'ল কোনো চর্তসাপেক্ষে নির্দিষ্ট সময়ৰ মূৰে মূৰে পৰিশোধ কৰিবলগীয়া নির্ধাৰিত পৰিমাণৰ টকাৰ কিস্তি। কিস্তি পৰিশোধ কৰাৰ সময় বছৰৰ মূৰে মূৰে, ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে, তিনিমাহৰ মূৰে মূৰে, এমাহৰ মূৰে মূৰে ইত্যাদি হ'ব পাৰে। প্রত্যেক কিস্তিৰ ওপৰত পৰিশোধ কৰাৰ সময়ৰ বাবে সুত (সৰল বা চক্রবৃদ্ধি) দিব লাগে। সুত সহ আটাইবিলাক কিস্তিৰ মুঠ টকাক বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল বোলে। উদাহৰণ স্বৰূপে, ধৰাহ'ল এজন মানুহে প্রতি তিনি মাহৰ আৰম্ভণিত 500 টকাকৈ 3 বছৰৰ কাৰণে এটা বেংকত জমা থ'লে। তেতিয়াহ'লে প্রতিটো কিস্তিৰ পৰিমাণ 500 টকা, কিস্তি পৰিশোধ কৰাৰ সময় 3 মাহ, পৰিশোধ কৰাৰ চর্ত 3 বছৰ আৰু তিনি মাহৰ চক্রবৃদ্ধি সুত $\frac{8}{4}\% = 2\%$ বেঙ্কে আদায় দিবলগীয়া টকাৰ পৰিমাণেই বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল হ'ব।

৩.৭.১ বার্ষিকীৰ প্ৰকাৰ (TYPES OF ANNUITY)

১। **প্ৰত্যক্ষ বার্ষিকী (Immediate annuity) বা সাধাৰণ বার্ষিকী (ordinary annuity) ঃ** যদি কিস্তিৰ টকা নির্দিষ্ট সময়ৰ মূৰে মূৰে আদায় দিবলগীয়া হয়, তেন্তে সেই বার্ষিকীক প্ৰত্যক্ষ বার্ষিকী বা সাধাৰণ বার্ষিকী বোলে।

২। **দেয় বার্ষিকী (Annuity due) ঃ** যদি কিস্তিৰ টকা নির্দিষ্ট সময়ৰ আৰম্ভণিতে আদায় দিব লাগে তাক দেয় বার্ষিকী বোলে।

৩। **স্থগিত বা বিলম্বিত বার্ষিকী (Deferred annuity) ঃ** যি বার্ষিকী প্ৰথমৰ পৰা নিদি নির্দিষ্ট সংখ্যক বছৰ অতিবাহিত হোৱাৰ পিছৰ পৰা দিবলৈ আৰম্ভ কৰা হয়, তাক স্থগিত বা বিলম্বিত বার্ষিকী বোলে। যদি কোনো বার্ষিকী 5 বছৰৰ কাৰণে পৰিশোধ কৰাটো স্থগিত হয়, তেন্তে 5 বছৰৰ পিছত প্ৰথমটো কিস্তি দিব লাগিব অর্থাৎ (5+1) = 6 বছৰৰ পিছত দিব লাগিব।

৪। **জীৱন বার্ষিকী (Life annuity) ঃ** এজন মানুহে জীৱিত কালচোৱাত দি থাকিবলগীয়া বার্ষিকীয়ে হ'ল জীৱন বার্ষিকী।

৫। **চিৰস্থায়ী বার্ষিকী (Perpetual annuity) ঃ** যি বার্ষিকী চিৰকাল দি থাকিব লাগে তাক চিৰস্থায়ী বার্ষিকী বোলে।

মন্তব্য ঃ আন কোনো কথা উল্লেখ নাথাকিলে, কিস্তি বছৰৰ মূৰে মূৰে দিবলগীয়াটোক বুজায়।

৩.৭.২ সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল (Amounts of Ordinary Annuity and Annuity Due)

(ক) **সাধাৰণ বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল নির্ণয় কৰাৰ সূত্ৰ (Formula for finding Amount of Ordinary Annuity) ঃ** প্ৰথম বছৰৰ শেষত দিবলগীয়া কিস্তিৰ ধন P টকা আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুতত এই টকাৰ বাকী থকা (n–1) বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল হ'ব $P \times (1+i)^{n-1}$ টকা, য'ত i হ'ল 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত। দ্বিতীয় বছৰৰ শেষত দিবলগীয়া আনটো কিস্তিৰ ধন P টকা আৰু এই টকাৰ বাকী থকা (n–2) বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল হ'ব $P \times (1+i)^{n-2}$ আৰু এই ধৰণে বাকীবিলাক। যদি এই সবৃদ্ধিমূল বিলাকক ক্ৰমে $A_1, A_2, \ldots A_n$ ৰে বুজোৱা হয়, তেন্তে—

$A_1 = P \times (1+i)^{n-1}$, $A_2 = P \times (1+i)^{n-2}$,

$A_{n-1} = P \times (1+i)^{n-(n-1)} = P \times (1+i)$,

$A_n = P \times (1-i)^{n-n} = P$

এই সবৃদ্ধিমূল বিলাকৰ যোগফল A হ'লে,

$A = A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_{n-1} + A_n$

$= P \times (1+i)^{n-1} + P \times (1+i)^{n-2} + P \times (1+i) + P$

$= P \times [1+(1+i) + 1+i)^2 + ...+(1+i)^{n-1}]$

আমি দেখিছো যে বন্ধনীৰ ভিতৰৰ শ্রেণীটো এটা গুণোত্তৰ শ্রেণী, যাৰ প্রথম পদ a =1 আৰু সাধাৰণ অনুপাত, r = 1+i

$$\therefore A = P \times \left(\frac{a \times (r^n - 1)}{r - 1} \right) = P \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} \right)$$

$$= \frac{P}{i}\left[(1+i)^n - 1\right] - - - (4.23)$$

(খ) দেয় বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল নির্ণয়ৰ সূত্র (Formula for finding amount of Annuity Due) ঃ দেয় বার্ষিকীৰ ক্ষেত্রত কিস্তি প্রত্যেক পৰিশোধৰ সময়ৰ আৰম্ভণিতে আদায় দিব লাগে। ধৰাহ'ল, বার্ষিকীৰ পৰিমাণ P টকা, n হ'ল বছৰৰ সংখ্যা, বছৰি চক্রবৃদ্ধি সুতৰ হাৰ r%। ধৰাহ'ল $A_1, A_2, ..., A_n$, ক্রমে কিস্তিবিলাকৰ সবৃদ্ধিমূল আৰু A হ'ল বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল। এতিয়া প্রথম বছৰৰ আৰম্ভণিতে আদায় দিয়া P টকাৰ ওপৰত n বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত (C.I) গণনা কৰা হ'ব। গতিকে $A_1 = P \times (1+i)^n$ য'ত i হ'ল 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত। সেইদৰে $A_2 = p \times (1+i)^{n-1}$, ...,

$A_{n-1} = P \times (1+i)^2$, $A_n = P \times (1+i)$

গতিকে, $A = A_1 + A_2 + ...+ A_n$

$= P \times (1+i)^n + P \times (1+i)^{n-1} + ...+ P \times (1+i)^2 + P \times (1+i)$

$= P \times (1+i) \times [1 + (1+i) + (1+i)^2 + ...+ (1+i)^{n-1}]$

$$= P \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{1 - i - 1} = \frac{p \times (1+i)}{i} \times \left[(1+i)^n - 1\right] - - - (4.24)$$

অনুশীলনী - ৩.১৭ ঃ এজন মানুহে এটা বেংকত প্রত্যেক বছৰে বছৰৰ শেষত 1500 টকাকৈ 10 বছৰৰ কাৰণে জমা থলে। যদি বেঙ্কে বছৰি 5% চক্রবৃদ্ধি সুত দিয়ে তেন্তে বেংকত তেখেতৰ নামত কিমান টকা জমা হ'ব?

সমাধান ঃ ইয়াত P =1500, n = 10, $i = \frac{5}{100} = 0.05$ । প্রত্যেক বছৰে শেষত কিস্তি জমা দিয়া হেতুকে বার্ষিকীটো সাধাৰণ প্রকাৰৰ।

এতিয়া, $A = \frac{P \times \left[(1+i)^n - 1\right]}{i} = \frac{1500 \times \left[(1+0.05)^{10} - 1\right]}{0.05}$

$= 30000 \times [(1.05)^{10} - 1]$ - - - (1)

ধৰাহ'ল, $(1.05)^{10} = x$ এতেকে $\log x = 10 \times \log(1.05)$

$= 10 \times 0.02119$

$= 0.2119$

ইয়াৰ পৰা আমি পাওঁ,

x = antilog (0.2119) = 1.629

এতিয়া (1)ৰ পৰা, A = 30000 × (1.629–1)

= 18870

এতেকে বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল = 18,870 টকা অর্থাৎ মানুহজনৰ নামত 10 বছৰৰ অন্তত 18,870 টকা জমা হ'ব।

অনুশীলনী - ৩.১৮ ঃ এজন মানুহে প্রত্যেক বছৰে বছৰৰ আৰম্ভণিতে এটা বেংকত 400 টকাকৈ জমা দিয়ে। যদি বেঙ্কে বছৰি 8% হাৰত চক্রবৃদ্ধি সুত দিয়ে, তেন্তে 12 বছৰৰ শেষত তেখেতৰ নামত কিমান টকা জমা হ'ব?

সমাধান ঃ ইয়াত P = 400, n = 12, i = 0.08। এইটো এটা দেয় বার্ষিকীৰ সমস্যা। গতিকে বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল A তলত দিয়া ধৰণে পোৱা যাব।

$$A = \frac{P \times (1+i)}{i}\left[(1+i)^n - 1\right]$$

$$= \frac{400 \times (1+0.08)}{0.08}\left[(1.08)^{12} - 1\right]$$

$= 5400 \times [(1.08)^{12}–1]$ - - - (1)

ধৰাহ'ল $x = (1.08)^{12}$

এতেকে $\log x = 12 \times \log(1.08) = 12 \times 0.033424 = 0.40108$

ইয়াৰ পৰা আমি পাওঁ—

x = antilog (0.4011) = 2.519 (প্রায়)

এতেকে (1)ৰ পৰা, A = 5400 × (2.519–1) = 8202.60

গতিকে 12 বছৰৰ শেষত মানুহজনৰ নামত জমা হ'ব = 8,202.60 টকা



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ৩

প্রশ্ন নং ১ঃ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখক ঃ

(ক) বার্ষিকী হ'ল নির্ধাৰিত পৰিমাণৰ টকা, যি টকা প্রত্যেকবাৰ পৰিশোধ কৰিবলগীয়া সময়ৰ শেষত বা আৰম্ভণিতে দিব লাগে। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(খ) সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ মাজত কোনো পার্থক্য নাই। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(গ) বিলম্বিত বার্ষিকীৰ ক্ষেত্রত সমপৰিমাণৰ কিস্তি আৰম্ভণিৰ পৰা আদায় দিয়া নহয়। (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(ঘ) যদি কোনো বার্ষিকীৰ প্রথম কিস্তি ষষ্ঠ বছৰৰ শেষত আদায় দিয়া হয় আৰু

বাকী কিস্তিবিলাক নিয়মিতভাৱে আদায় দিয়া হয়, তেন্তে বার্ষিকীটো 6 বছৰৰ বাবে স্থগিত আছিল? (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

(ঙ) n বছৰৰ বার্ষিকীৰ ক্ষেত্রত যদি কিস্তিৰ ধন P টকা প্রতি ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে দিয়া হয় আৰু iয়ে 1 টকাৰ 1 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত বুজায়, তেন্তে বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল $A = \frac{p}{i}\left[(1+i)^{2n} - 1\right]$ (শুদ্ধ/অশুদ্ধ)

প্রশ্ন নং ২ঃ খালী ঠাই পূর্ণ কৰক ঃ

(ক) বছৰি 10% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত 10 বছৰৰ কাৰণে প্রতি বছৰে বছৰৰ শেষত দিয়া 100 টকাৰ বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল হ'ব .....।

(খ) বছৰি 12% চক্রবৃদ্ধি সুতত 20 বছৰৰ কাৰণে প্রতি বছৰে বছৰৰ আৰম্ভণিতে দিয়া 600 টকাৰ বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল হ'ব .....।

৩.৭.৩ সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্য (Present Value of Ordinary Annuity and Annuity Due)

এটা বার্ষিকীৰ আটাইবিলাক কিস্তিৰ বর্তমান মূল্যৰ সমষ্টিক বার্ষিকীটোৰ বর্তমান মূল্য বুলি কোৱা হয়।

(ক) সাধাৰণ বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্যৰ সূত্র (Formula for finding Present Value of Ordinary Annuity) ঃ ধৰাহ'ল কিস্তিৰ পৰিমাণ P টকা, i হ'ল 1 টকাৰ 1 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত, n হ'ল বছৰৰ সংখ্যা আৰু সাধাৰণ বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্য V টকা। প্রথম বছৰৰ শেষত দেয় ধন P টকা আৰু ইয়াৰ বর্তমান মূল্য V_1 হ'লে—

$P = V_1 \times (1+i)$ অর্থাৎ $V_1 = p \times (1+i)^{-1} = \frac{p}{1+i}$

এইদৰে, যদি দ্বিতীয় কিস্তিৰ, ... বর্তমান মূল্য v_2 ....., তেন্তে—

$$V_2 = p\times(1+i)^{-2} = \frac{p}{(1+i)^2}, \ldots\ldots, V_n = p\times(1+i)^{-n} = \frac{p}{(1+i)^n}$$

এতিয়া,

$$V = V_1 + V_2 + \ldots\ldots + V_n$$

$$= \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \ldots\ldots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

$$= \frac{P}{(1+i)^n} \times \left[1 + (1+i) + \ldots. + (1+i)^{n-1}\right]$$

$$= \frac{P}{(1+i)^n} \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1}\right]$$

$$= \frac{P}{i} \times \left[1 - (1+i)^{-n}\right] --- (4.25)$$

(খ) **দেয় বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্যৰ সূত্র (Formula for for finding Annuity Due) ঃ** ধৰাহ'ল বার্ষিকী P টকা, 1 টকাৰ 1 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত i, বছৰৰ সংখ্যা n। এতিয়া P টকা প্রথম বছৰৰ আৰম্ভণিতে দিয়া হয় আৰু সেয়ে ইয়াৰ বর্তমান মূল্য, V_1, Pৰ সমান। দ্বিতীয় কিস্তিত P টকা দ্বিতীয় বছৰৰ আৰম্ভণিতে দিয়া হয়। অর্থাৎ এই টকা প্রথম বছৰৰ শেষত দিয়া হয়। যদি ইয়াৰ বর্তমান মূল্য V_2, তেন্তে

$$P = V_2 \times (1+i) \Rightarrow V_2 = \frac{P}{1+i}$$

সেইদৰে তৃতীয় , ..., (n–1)তম আৰু nতম কিস্তিৰ বর্তমান মূল্য ক্রমে V_3, ... V_{n-1}, V_n হ'লে

$$V_3 = \frac{P}{(1+i)^2}, ..., V_{n-1} = \frac{P}{(1+i)^{n-2}},$$

$$Vn = \frac{P}{(1+i)^{n-1}}$$

এতিয়া যদি দেয় বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্য v, তেন্তে—

$$V = V_1 + V_2 + ... + V_{n-1} + V_n$$

$$= P + \frac{P}{1+i} + ... + \frac{P}{(1+i)^{n-2}} + \frac{P}{(1+i)^{n-1}}$$

$$= \frac{P}{(1+i)^{n-1}}\left[1 + (1+i) + ... + (1+i)^{n-1}\right]$$

$$= \frac{P}{(1+i)^{n-1}} \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1}\right]$$

$$= \frac{P \times (1+i)}{i}\left[1 - (1+i)^{n-1}\right] --- (4.26)$$

অনুশীলনী - ৩.১৯ ঃ এজন মানুহে 15,000 টকা এই চর্তত ধাৰে ল'লে যে তেখেতে বছৰি 4% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত 10টা সমান কিস্তিত পৰিশোধ কৰিব। যদি প্রতিটো কিস্তি প্রত্যেক বছৰৰ শেষত পৰিশোধ কৰা হয়, তেন্তে কিস্তিৰ টকা নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ইয়াত V (বর্তমান মূল্য টকাত) = 15,000,

n =10, i = 0.04 । ধৰাহ'ল প্রতিটো কিস্তিৰ পৰিমাণ P টকা। তেতিয়া হ'লে—

$$V = \frac{P}{i} \times \left[(1+i)^{-n}\right]$$

$$\Rightarrow 15000 = \frac{P}{0.04} \times \left[1-(1.04)^{-10}\right]$$

$$\Rightarrow P \times \left[1-(1.04)^{-10}\right] = 600 - - - (1)$$

ধৰাহ'ল $x = (1.04)^{10}$

এতেকে $\log x = 10 \times \log(1.04) = 10 \times 0.01703 = 0.1703$

$\therefore x = \text{antilog}\ (0.1703) = 1.480$

এতিয়া (1)ৰ পৰা আমি পাওঁ—

$$p = \frac{600}{1-\frac{1}{1.48}} = \frac{600 \times 1.48}{1.48-1}$$

$=1850$

এতেকে প্ৰতিটো কিস্তিৰ পৰিমাণ =1,850 টকা

অনুশীলনী - ৩.২০ ঃ 12 বছৰৰ কাৰণে প্ৰত্যেক ছয়মাহৰ আৰম্ভণিতে দিবলগীয়া 2000 টকাৰ বাৰ্ষিকীৰ বৰ্তমান মূল্য নিৰ্ণয় কৰক যদি চক্ৰবৃদ্ধি সুতৰ হাৰ বছৰি 8% আৰু সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়।

সমাধান ঃ এইটো দেয় বাৰ্ষিকী বিষয়ক সমস্যা। যদি বাৰ্ষিকীৰ বৰ্তমান মূল্য V, তেন্তে—

$$V = \frac{P \times (1+i)}{i} \times \left[1-(1+i)^{-n}\right] - - - (1)$$

ইয়াত P = 2000, i = 1 টকাৰ ছয়মাহৰ সুত $= \frac{8/2}{100} = 0.04$

$n - 2 \times 12 = 24$

$$\Rightarrow V = \frac{2000 \times (1+0.04)}{0.04} \times \left[1-(1+0.04)^{-24}\right]$$

$$\Rightarrow 52000 \times \left[1-(1.04)^{-24}\right]$$

ধৰাহ'ল $x = (1.04)^{-24}$, এতেকে,

$\log x = -24 \times \log(1.04) = (-24) \times 0.017033$

$= -0.408792$

$= \bar{1}.591208 = \bar{1}.5912$ (প্ৰায়)

ইয়াৰ পৰা আমি পাওঁ,

$x = \text{antilog}\ (\bar{1}.5912) = 0.3901$

এতেকে V = 52000 × [1–0.3901]= 31714.80

∴নির্ণেয় বর্তমান মূল্য = 31,714.80 টকা



৩.৮ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলো

- এই অধ্যায়টিত আমি দুই ধৰণৰ সুতৰ বিষয়ে শিকিছো, যেনে— সৰল সুত আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুত। সৰল সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু বর্তমান মূল্যৰ সূত্ৰাৱলী (৪.১ ৰ পৰা ৪.৭ লৈ) নির্গমন কৰিছো। সৰল সুত কেৱল ধাৰ লোৱা টকাৰ (মূলধনৰ) ওপৰত ধাৰৰ সময় ছোৱাত লোৱা হয়।
- চক্ৰবৃদ্ধি সুতৰ ক্ষেত্ৰত মূলধনৰ প্ৰথম বছৰৰ (বা প্ৰথম ছমাহৰ বা দ্বিতীয় তিনিমাহৰ) বাবে হোৱা সুত মূলধনৰ লগত যোগ কৰা হয়। এই প্ৰক্ৰিয়া ধাৰৰ সময়ছোৱাত চলি থাকে। সুত বছৰে বছৰে, ছমাহৰ মূৰে মূৰে আৰু তিনিমাহৰ মূৰে মূৰে হিচাপ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত চক্ৰবৃদ্ধি সুত, সবৃদ্ধিমূল আৰু মূলধন উলিয়াবলৈ সূত্ৰাৱলী (4.8ৰ পৰা 4.22)লৈ নির্গমন কৰিছো।
- আমি এক অতি গুৰুত্বপূর্ণ ধাৰণা অবচয় সম্পর্কেও শিকিছো। ঘৰ-দুৱাৰ, যন্ত্ৰপাতি আদিৰ মূল্য বছৰে বছৰে কমি গৈ থাকে, কাৰণ সিবিলাকৰ জীৱন কাল টুটি হৈ থাকে। অবচয় প্ৰাপ্ত সম্পত্তিৰ ব্যৱহার্য জীৱনকালৰ অন্তত যি মূল্য হয় তাকে ভঙামূল্য বোলে। সম্পত্তিৰ আদি মূল্য আৰু ভঙামূল্যৰ পার্থক্যই হ'ব মুঠ অবচয়।
- অৱশেষত আমি আন এক গুৰুত্বপূর্ণ ধাৰণা— বার্ষিকী সম্পর্কে আলোচনা কৰিছো। বার্ষিকী হ'ল কোনো চর্তসাপেক্ষে নির্দিষ্ট সময়ৰ মূৰে মূৰে আদায় দিয়া সমপৰিমাণৰ টকা। আমি পাঁচ প্ৰকাৰৰ বার্ষিকী যেনে— সাধাৰণ বার্ষিকী, দেয় বার্ষিকী, স্থগিত বার্ষিকী, জীৱন বার্ষিকী আৰু চিৰস্থায়ী বার্ষিকী সম্পর্কে শিকিছো। সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূলৰ সূত্ৰ (ক্ৰমে 4.23 আৰু 4.24) নির্গমন কৰিছো। সূত্ৰ 4.25 আৰু সূত্ৰ 4.26 ব্যৱহাৰ কৰি আমি সাধাৰণ বার্ষিকী আৰু দেয় বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্য নির্ণয় কৰিব পাৰো।



৩.৯ অধিক জানিবলৈ

1) Business Mathematics. Dr. P. L. Hazarika, S, Chand.

2) Business Mathematics. Quzi Zameeruddin, V. K. Khanna, and S. K. Bhambri, Vikash Publishing House Pvt/ Ltd, Second Reprint, 1995.



৩.১০ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ১

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ (খ) শুদ্ধ (গ) অশুদ্ধ (ঘ) অশুদ্ধ (ঙ) শুদ্ধ

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) 468.75 টকা (খ) 937.50 টকা (গ) বছৰি 8% (ঘ) 500 টকা, বছৰি 8.5%

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ২

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ (খ) শুদ্ধ (গ) অশুদ্ধ (ঘ) শুদ্ধ

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) 2497.28 টকা

(খ) 6907 টকা

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ৩

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ, (খ) অশুদ্ধ, (গ) শুদ্ধ, (ঘ) অশুদ্ধ (ঙ) শুদ্ধ

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) 1593.00 টকা (খ) 18,396.20 টকা



৩.১১ আৰ্হি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ঃ এজন মানুহে বছৰি 8.5% হাৰ সৰল সুতত 12,800 টকা 3 বছৰ 3 মাহৰ বাবে ধাৰ লৈ সুতসহ নির্দিষ্ট সময়ৰ শেষত ধাৰ পৰিশোধ কৰিলে। মানুহজনে কিমান টকা পৰিশোধ কৰিছিল?

প্রশ্ন ২ঃ এজন মানুহে বছৰি 8% হাৰ সৰল সুতত 1500 টকা 9 মাহৰ বাবে আৰু আন এজন মানুহে বছৰি 12% হাৰ সৰল সুতত কিছু টকা 1 বছৰ 8 মাহৰ বাবে ধাৰ ল'লে। যদি দুয়োজন মানুহে সুতসহ ধাৰ পৰিশোধ কৰোতে সম পৰিমাণৰ টকা পৰিশোধ কৰে, তেন্তে দ্বিতীয়জন মানুহে ধাৰ লোৱা টকাৰ পৰিমাণ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৩ঃ যদি বছৰি 8% হাৰ সুতত কিছু টকাৰ 2 বছৰৰ চক্রবৃদ্ধি সুত আৰু সৰল সুতৰ পার্থক্য 200 টকা হয়, সেই টকাৰ পৰিমাণ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৪ঃ কিমান সময়ত বছৰি 8% হাৰ সৰল সুতত 1250 টকাৰ সবৃদ্ধিমূল 1625 টকা হ'ব? একে সময়ত কি হাৰ সুতত সেই টকাৰ সবৃদ্ধিমূল 1718.75 টকা হ'ব?

প্রশ্ন ৫ঃ বছৰি 5% হাৰ সুতত 96,000 টকাৰ 2 বছৰ 3 মাহৰ চক্রবৃদ্ধি সুত নির্ণয় কৰক, যদি সুত বছৰে বছৰে গণনা কৰা হয়।

প্রশ্ন ৬ঃ বছৰি 4.8% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত কি মূলধনৰ 3 বছৰত সবৃদ্ধিমূল 23,060 টকা হ'ব, যদি সুত ছমাহৰ মূৰে মূৰে গণনা কৰা হয়?

প্রশ্ন ৭ঃ 1,20,000 টকা দামৰ মেচিন এটাৰ মূল্য বছৰি 5% অবচয় হোৱাত ভঙামূল্য 36,456 টকা হয়। মেচিনটোৰ ব্যৱহার্য জীৱনকাল নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৮ঃ বছৰি 4.5% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত 18 বছৰৰ কাৰণে প্রত্যেক বছৰে বছৰৰ শেষত আদায় দিয়া 450 টকাৰ বার্ষিকীৰ সবৃদ্ধিমূল নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৯ঃ এজন মানুহে 39,260 টকা ধাৰে লৈ সুতসহ 20 টা সমান কিস্তিত, প্রতিটো কিস্তি বছৰৰ শেষত আদায় দি ধাৰ পৰিশোধ কৰিবলৈ সন্মত হয়। যদি চক্রবৃদ্ধি সুত বছৰি 8% হয়, তেন্তে প্রতিটো কিস্তিৰ মূল্য নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ১০ঃকি বর্তমান মূল্য বছৰি 8% হাৰ চক্রবৃদ্ধি সুতত বিনিয়োগ কৰিলে 5 বছৰত সবৃদ্ধিমূল 12,000 টকা হ'ব, যদি সুত বছৰে বছৰে গণনা কৰা হয়?

প্রশ্ন ১১ঃযদি চক্রবৃদ্ধি সুত বছৰি 4% হয়, তেন্তে 15 বছৰৰ কাৰণে প্রতি বছৰৰ অন্তত আদায় দিবলগীয়া 1000 টকাৰ বার্ষিকীৰ বর্তমান মূল্য নির্ণয় কৰক।

*** ***** ***