অধ্যায় ৪ ঃ মৌলিক বীজগণিতীয় ধাৰণা (BASIC ALGEBRAIC CONCEPT)

অধ্যায় গাঁথনি

৪.১ উদ্দেশ্য

৪.২ পৰিচয়

৪.৩ দ্বিঘাত সমীকৰণ

- ৪.৩.১ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ উদাহৰণ
- ৪.৩.২ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান বা মূল
- ৪.৩.৩ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতি
- ৪.৩.৪ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূলৰ প্ৰকৃতি

৪.৪ অজ্ঞাত ৰাশি (বা চলক) যুক্ত সহ-সমীকৰণ

- ৪.৪.১ সংগত হোৱাৰ চর্ত
- ৪.৪.২ সহ সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতি

৪.৫ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৪.৬ অধিক জানিবলৈ

৪.৭ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৪.৮ আর্হি প্রশ্ন

৪.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰ দ্বাৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰিব
- পূর্ণবর্লীকৰণ পদ্ধতিৰ দ্বাৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰিব
- দ্বিঘাত সূত্রৰ প্রয়োগৰ দ্বাৰা দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰিব
- দুটা অজ্ঞাতযুক্ত ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰিব ।

৪.২ পৰিচয়

ইতিমধ্যে আমি x ত ৰৈখিক বহুপদ আৰু x ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ সৈতে পৰিচিত হৈছোঁ। x ত ৰৈখিক সমীকৰণ নাইবা x ত একঘাত সমীকৰণৰ সাধাৰণ ঠাঁচ (ৰূপ) হ'ল ঃ $ax + b = 0$ য'ত a আৰু b বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$ । তলৰ ৰৈখিক আর্হিটো বিবেচনা কৰক । আর্হিটোৱে বিতৰণৰ কাৰণে এখন ভেন্‌ত কিছুমান পার্চেল(Parcel) বজাই কৰিবলৈ লগা সময় বুজাইছে।

ভেন্‌খন বজাই কৰিবলৈ লগা সময় (a x পার্চেলৰ সংখ্যা) + b

য'ত a হ'ল প্ৰতিটো পাৰ্চেল বজাই কৰিবলৈ লগা সময় আৰু b হ'ল সেই কামৰ লগত জড়িত আনুসংগিক কামৰ কাৰণে আৱশ্যক হোৱা স্থিৰ সময়, যেনে - প্ৰত্যেক বাৰত পিছৰটো বোজাৰ বাবে ভেন্‌খন পৰিস্কাৰ কৰিবলৈ লগা সময়।

এটা উদাহৰণ হিচাপে ধৰাহ'ল বিতৰণৰ কাৰণে আমাৰ 12 টা পাৰ্চেল আছে আৰু a = 1 মিনিট b = 5 মিনিট ।এই সংখ্যা কেইটা সমীকৰণটোত বহুৱালে ভেনখন বজাই কৰিবলৈ লগা সময় হ'ব (1 x 12) + 5 = 17 মিনিট।

কিন্তু এনেকুৱা বহুতো সমস্যা আছে, যিবিলাক ৰৈখিক সমীকৰণৰ সহায়ত সমাধান কৰিব নোৱাৰি । তলত দিয়া ধৰণৰ সমস্যাবিলাক দ্বিঘাতসমীকৰণৰ সহায়ত সমাধান কৰিব পাৰি।

1. এটা ধনাত্মক সংখ্যা আৰু ইয়াৰ বৰ্গৰ সমষ্টি 20।

2. এটা ত্ৰিভূজৰ উন্নতি ভূমিতকৈ 2 ছে.মি. কম আৰু ইয়াৰ কালি 12 ছে.মি.^{2}। ভূমিৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰক ।

সেইদৰে আমি আন কিছুমান পৰিস্থিতিত দুটা অজ্ঞাত ৰাশি (বা চলক) ৰ সৈতে মোকোবিলা কৰিব লগা হয়। আমি এটা অজ্ঞাত ৰাশি বিশিষ্ট ৰৈখিক সমীকৰণৰ নিচিনাকৈ, দুটা অজ্ঞাত ৰাশি বিশিষ্ট ৰৈখিক সমীকৰণ পাওঁ । যদি আমি একে সময়তে দুটা অজ্ঞাত ৰাশি বিশিষ্ট দুটা ৰৈখিক সমীকৰণ বিবেচনা কৰো, তেন্তে আমি এটা ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী পাওঁ । সেইদৰে আমি আন কিছুমান পৰিস্থিতি দুটা অজ্ঞাত ৰাশি (বা চলক) ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া হয়। আকৌ আমি এটা চলক যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ নিচিনাকৈ দুটা চলক যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণ পাওঁ। যদি আমি একে সময়তে দুটা অজ্ঞাত ৰাশি যুক্ত দুটা ৰৈখিক সমীকৰণ বিবেচনা কৰো, তেন্তে আমি এটা ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী পাওঁ ।

৪.৩ দ্বিঘাত সমীকৰণ

$x^2 - 4$, $x^2 + x - 6$, $4x^2 + 4x + 1$ ইত্যাদি ধৰণৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বিলাক হ'ল x অত দ্বিঘাত বহুপদ বা দ্বিঘাতৰ বহুপদ । দ্বিঘাত বহুপদৰ সাধাৰণ ঠাঁচ (বা আকাৰ) হ'ল ঃ $ax^2 + bx + c$ য'ত a, b, c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$

এটা সমীকৰণত যদি চলক (বা অজ্ঞাত ৰাশি) টোৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত দুই হয়, তেন্তে সমীকৰণটোক দ্বিঘাত সমীকৰণ(quadratic equation) বোলে । $x^2 - 4 = 0$, $x^2 + x + 6 = 0$, $4x + \frac{1}{x} + 4 = 0$ ইত্যাদি ধৰণৰ সমীকৰণ বিলাকক দ্বিঘাত সমীকৰণ বোলে ।

দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সাধাৰণ ঠাঁচ হল ঃ

$ax^2 + bx + c = 0$, a, b, c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$

এই সন্দৰ্ভত একমাত্ৰ প্ৰয়োজনীয় কথা হ'ল এইযে আমি সমীকৰণটোত x^2 যুক্ত পদটো

পাব লাগিব । যদি $a \neq 0$ তেন্তে নিশ্চিতভাৱে উক্তপদটো সমীকৰণটোত থাকিব । মন কৰক b নাইবা c নাইবা দুয়োটাই শূণ্য হ'ব পাৰে ।

যদি b শূণ্য হয়, তেন্তে দ্বিঘাত সমীকৰণটোক শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণ (Pure quadratic equation) বোলে ।

যদি b শূণ্য নহয়, তেন্তে দ্বিঘাত সমীকৰণটোক মিশ্রদ্বিঘাত সমীকৰণ (Mixed quadratic equation) বোলে ।

৪.৩.১ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ উদাহৰণ

(a) $x^2 = 0$ এটা শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণ

(b) $x^2 - 3x - 28 = 0$ এটা মিশ্র দ্বিঘাত সমীকৰণ

(c) $(x-2)^2 = x^2 + 6$ সমীকৰণটো দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়, যিহেতু সবলীকৰণৰ পিছত সমীকৰণটো $2x+1= 0$ সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত হয় (যিটো ৰৈখিক সমীকৰণ)



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ ১

প্রশ্ন নং ১ঃ তলৰ সমীকৰণ সমূহ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখক—

(ক) $\frac{x-1}{2} = \frac{2}{x}$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয় (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(খ) $(x+1)(x+4) = 2x^2 + x + 7$ এটা শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(গ) $(x-1)(2x+1) = x(x+5)$ এটা মিশ্রদ্বিঘাত সমীকৰণ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(ঘ) $(x+1)^2 = 2x(x^2+1)$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

৪.৩.২ দ্বিঘাতসমীকৰণৰ সমাধান বা মূল

এটা সমীকৰণত থকা চলকটোৰ যি মানৰ বাবে সমীকৰটোৰ দুয়োটা পক্ষ সমান হয়, সেই মানটোক সমীকৰণটোৰ মূল বা বীজ (root) বোলে । দ্বিঘাত সমীকৰণৰ দুটা মূল থাকে । উদাহৰণ স্বৰূপে, $x^2 - 3x + 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল x = 1 আৰু x =2

x = 1 ৰ কাৰণে $1^2 - 3\times1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$

x=2 ৰ কাৰণে, $2^2 - 3\times2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$

কিন্তু সমীকৰণটোৰ x=3 মূল নহয় । কাৰণ $3^2 - 3\times2 + 2 = 9 - 9 + 2 \neq 0$

তেতিয়া হ'লে দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতি বিলাক কি কি ? এতিয়া আমি এই সম্পর্কে আলোচনা কৰিম ।

৪.৩.৩ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতিসমূহ ঃ (Methods of solving quadsatic equation)

(ক) শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণক $x^2=d$ (d এটা ধ্ৰুৱক) আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। গতিকে মূল দুটা হ'ব ঃ $x=\sqrt{d}$ আৰু $x=-\sqrt{d}$

(খ) এটা মিশ্রদ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰি -

(১) উৎপাদ বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

(২) বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

(৩) দ্বিঘাত সূত্ৰৰ প্ৰয়োগৰ দ্বাৰা।

৪.৩.৩ (ক) শুদ্ধদ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান

উদাহৰণ ঃ 1 সমাধান কৰক ঃ

(a) $x^2=0$

(b) $2x^2-3=0$

(c) (x+2) (x-2) =12

সমাধান ঃ

(a) $x^2=0=\ x=\pm0$ ইয়াত দুয়োটা মূল 0 ৰ সমান

(b) $\frac{1}{2}x^2-3=0\Rightarrow\frac{1}{2}x^2=3\Rightarrow x^2=6\Rightarrow x=\pm\sqrt{6}$

(c) $(x+2)(x-2)=12\Rightarrow x^2-4=12\Rightarrow x^2=16$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{16}\Rightarrow x=\pm4$

৪.৩.৩ (খ) (১) উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে সমাধান (Solution by Factorization)

এই খণ্ডত আমি উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিম ।এনেকৈ সমাধান কৰাৰ বাবে তলৰ কথাখিনি আমাৰ আৱশ্যক হ'ব ।

যদি p আৰু q দুটা বাস্তৱ সংখ্যা যাতে pq=0 তেন্তে p=0 নাইবা q=0 নাইবা p আৰু q উভয়ে শূণ্য হ'ব ।

এই কথাখিনিক শূণ্য কাৰক ধৰ্ম বা শূণ্য কাৰক নীতি বোলে । ইয়াৰ দ্বাৰা কোৱা কথাখিনি হ'ল এই যে যদি দুটা ৰাশিৰ গুণফল শূণ্যৰ সমান হয়, তেন্তে সিহঁতদুটাৰ কমেও এটা শূণ্যৰ সমান হ'য় ।

মন্তব্য ঃ মনকৰিব যে এই কথাখিনি কেৱল প্ৰযোজ্য হ'ব যদি গুণফল শূণ্যৰ সমান হয়।

তলৰ গুণফলটো বিবেচনা কৰক pq=6

এইক্ষেত্ৰত আমি কোনো কাৰণতে p নাইবা q ৰ কোনো এটাই 6 ৰ সমান হ'ব বুলি আস্থস্ত হ'ব নোৱাৰো । উদাহৰণ স্বৰূপে আমি p=2 আৰু q=3 পাব পাৰো । গতিকে কথাখিনিৰ অপব্যৱহাৰ নকৰিব ।

উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে এটা মিশ্ৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিবলৈ হ'লে প্ৰথমতে আমি আটাইকেইটা পদ সমীকৰণটোৰ বাওঁ পক্ষত থকাকৈ পদবিলাক পক্ষান্তৰ কৰিব লাগে । এনে কৰাৰ ফলত আমাৰ দুটা উদ্দেশ্য সাধিত হয়। প্ৰথমতে বাওঁপক্ষৰ দ্বিঘাত ৰাশিটো দুটা ৰৈখিক উৎপাদকৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পৰা ঠাঁচত পৰিণত হয়। দ্বিতীয়তে আৰু সম্ভৱতঃ গুৰুত্বপূৰ্ণ ভাৱে, শূণ্য কাৰক ধৰ্ম্ম ব্যৱহাৰ কৰিবৰ কাৰণে সমীকৰণটোৰ এটা পক্ষত শূণ্য পোৱা যায়। যদি আমি সমীকৰণটোৰ এটা ফালত শূণ্য নাপাওঁ, তেন্তে শূণ্য কাৰক ধৰ্ম্মটো ব্যৱহাৰ কৰিব নোৱাৰিম । কেইটামান একেলগে উদাহৰণ লওঁ হ'ক ।

উদাহৰণ - ২ উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক ।

(i) $x^2 - x = 12$

সমাধান ঃ প্ৰথমতে আমি পদকেইটা সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষত পাওঁহ'ক ।

তেতিয়া, $x^2 - x = 12 = 0$

$= x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$

$= x(x - 4) + 3(x - 4) = 0$

$\Rightarrow (x-4)(x+3) = 0$

এতিয়া আমি এই অৱস্থাত দুটা ৰাশিৰ গুণফল শূণ্যৰ সমান পালো । গতিকে শূণ্য কাৰক ধৰ্ম্মৰ সহায়ত আমি পাওঁ,

x - 4 = 0 নাইবা x + 3 =0

$\therefore$ প্ৰদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল দুটা 4 আৰু 3

(ii) $x^2 + 40 = -14x$

সমাধান ঃ প্ৰথম সমীকৰণটোৰ নিচিনাকৈ আটাইকেইটা পদ সমান চিহ্নৰ বাওঁফালে ৰাখক আৰু তাৰ পিছত দ্বিপদ ৰাশিটোক দুটা উৎপাদকৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰক।

$x^2 + 14x + 40 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 10x + 40 = 0$

$\Rightarrow x(x-4) + 10(x+4) = 0$

$\Rightarrow (x+4)(x+10) = 0$

গতিকে শূণ্য কাৰক ধৰ্ম্ম ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ x + 4 = 0 নাইবা x + 10=0

গতিকে প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল দুটা - 4 আৰু - 10

(ii) $y^2 + 12y + 36 = 0$

সমাধান ঃ ইতিমধ্যে আমি ইয়াত এটা পক্ষত শূণ্য পাইছোয়েই, গতিকে সমীকৰণটোত কোনো হেৰফেৰ কৰাৰ প্রয়োজন নাই । আমি মাত্র বাওঁপক্ষক দুটা উৎপাদকৰ গুণফল হিচাপে প্রকাশ কৰিব লাগিব । আকৌ আমি সমীকৰণটোত y বিলাক পোৱা বিষয়তো উত্তেজিত নহওঁ। আমি x বিলাকৰ লগত সদায় মোকাবিলা নকৰো আৰু সেয়ে সিবিলাক সদায় পাম বুলিও আশা নকৰো । এতিয়া সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষক উৎপাদত বিশ্লেষণ কৰো হ'ক ।

$$y^2 + 12y + 36 = 0$$
$$\Rightarrow (y + 6)^2 = 0$$
$$\Rightarrow (y + 6)(y + 6) = 0$$

আমি ইয়াত বাওঁ পক্ষত এটা পূর্ণ বর্গ পাইছো । পূর্ণ বর্গটোক দুটা একে উৎপাদকৰ গুণফল হিচাপে প্রকাশ কৰি এইটো বুজোৱা হৈছে যে প্রকৃতার্থত আমি শূণ্যকাৰক ধৰ্ম্মটো প্রয়োগ কৰিব পৰা হৈছো । সি যি নহওক, সাধাৰণতে আমি সেইটো নকৰো । পূর্ণবর্গ অংশৰ পৰাই পোনে পোনে উত্তৰ উলিয়াও ।

এইক্ষেত্রত সমীকৰণটোৰ মূল হ'ল ঃ y = -6 আৰু এই মূল বাওঁপক্ষৰ ৰৈখিক উৎপাদক দুটাৰ গুণফলৰ পৰা পোৱা গৈছে।

এইটোৱে হ'ল দুটা সমান মূল পোৱাৰ পৰিস্থিতি ।

(iv) $\frac{1}{x - 1} = 1 - \frac{5}{2x - 4}$

সমাধান ঃ সৰলীকৰণৰ পিছত সমীকৰণটো $2x^2 - 9x - 5 = 0$ লৈ ৰূপান্তৰিত হ'ব। এতিয়া বাওঁপক্ষক উৎপাদত বিশ্লেষণ কৰিলে হ'ব ঃ $(2x + 1)(x - 5) = 0$

গতিকে সমীকৰণটোৰ মূলদুটা হ'ল 5 আৰু $-\frac{1}{2}$

(v) $2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$

সমাধান ঃ প্রদত্ত সমীকৰণটো দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়। এইটো এটা চতুর্থঘাত সমীকৰণ (biguadratic equation)। x^2 ৰ ঠাইত y প্রতিস্থাপন কৰি সমীকৰণটো দ্বিঘাত সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰিব পাৰি । এইদৰে সমীকৰণটো $2y^2 - 11y + 12 = 0$ লৈ ৰূপান্তৰিত হব আৰু উৎপাদকত বিশ্লেষণ কৰিলে আমি পাম ঃ $(y - 4(2y - 3)0$ । ইয়াৰ পৰা আমি পাওঁ, y = 4 নাইবা 2y - 3 = 0

অর্থাৎ $x^2 = 4$ নাইবা $2x^2 = 3$

গতিকে মূলকেইটা হ'ল $x = 2, -2, \sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{3/2}$

৪.৩.৩. (খ) (চ) বৰ্গসম্পূৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান (Solution by Completing square)

1. **প্ৰথম পদ্ধতি ঃ** ধৰাহ'ল দ্বিঘাত সমীকৰণটো -

$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq o$

$= ax^2 + bx = -c$ [c ক সোঁ পক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰি]

$\Rightarrow x^2 + \frac{a}{b}x = -\frac{c}{a}$ [উভয় পক্ষক a ৰে হৰণ কৰি, মন কৰিব যে এইটো সম্ভৱ, যিহেতু $a \neq o$]

$\Rightarrow x^2 + 2.\frac{b}{2a.}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$ [দুয়ো পক্ষৰ লগত $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ যোগ কৰি]

$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ [দুয়োপক্ষৰ বৰ্গমূল লৈ]

$\Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

. মূলদুটা হ'ল ঃ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ আৰু $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. **দ্বিতীয় পদ্ধতি ঃ**

$ax^2 + bx + c = o, \quad a \neq o$

$= ax^2 + bx = -c$

$\Rightarrow 4a(ax^2 + bx) = -4ac$ [দুয়ো পক্ষক 4a ৰে পূৰণ কৰি]

$= 4a^2x^2 + 4abx = -4ac$

$\Rightarrow (2ax)^2 + 2.2ax.b + b^2 = b^2 - 4ac$ [দুয়ো পক্ষত b^2 যোগ কৰি]

Þ $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

$\Rightarrow 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$

$\Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$

$\Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2} - 4ac}{2a}$

. মূলদুটা হ'ল ঃ $\dfrac{-b + \sqrt{b^2} - 4ac}{2a}$ আৰু $\dfrac{-b - \sqrt{b^2} - 4ac}{2a}$

মন্তব্য ঃ বিখ্যাত হিন্দু গণিতজ্ঞ শ্রীধৰ আচার্যই 4a ৰে পূৰণ কৰি বর্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিটো প্রৱর্তন কৰিছিল ।

উদাহৰণ - 3 ঃ বর্গসম্পূৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক ঃ $7x^2 - 15x + 2 = 0$

সমাধান ঃ প্রথম পদ্ধতি

$7x^2 - 15x + 2 = 0 = 7x^2 - 15x = -2$

$\Rightarrow x^2 - \dfrac{15}{7}x = -\dfrac{2}{7}$

$\Rightarrow x^2 - 2.\dfrac{15}{14}x + \left(\dfrac{15}{14}\right)^2 = \dfrac{-2}{7} + \left(\dfrac{15}{14}\right)^2 = \dfrac{-2}{7} + \left(\dfrac{15}{14}\right)^2$

$\Rightarrow \left(x - \dfrac{15}{14}\right)^2 = -\dfrac{2}{7} + \left(\dfrac{15}{14}\right)^2$

$\Rightarrow \left(x - \dfrac{15}{14}\right)^2 = \dfrac{225}{196} - \dfrac{2}{7}$

$\Rightarrow x - \dfrac{15}{14} = \pm\dfrac{13}{14}$ [দুয়োপক্ষৰ বর্গমূল লৈ]

$\Rightarrow x = \dfrac{15}{14} + \dfrac{13}{14}$ আৰু $x = \dfrac{15}{14} - \dfrac{13}{14}$

$\Rightarrow x = \dfrac{28}{14} - 2$ আৰু $x = \dfrac{2}{14} = \dfrac{1}{7}$

. প্রদত্ত সমীকৰণৰ নির্ণেয় মূলদুটা হ'ল ঃ 2 আৰু $\dfrac{1}{7}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি ঃ $7x^2 - 15x + 1 = 0$

$= 7x^2 - 15x = -2$

$\Rightarrow 28(7x^2 - 15x) = 28(-2)$ [দুয়োপক্ষক 4a = 28 ৰে পূৰণ কৰি]

$(14x)^2 \quad 2 \quad 14x \quad 15 \quad (15)^2 \quad 15^2 \quad 56$

$\Rightarrow (14x-15)^2 = 225-56 = 169 = 13^2$

$= 14x - 15 = \pm 13$

$\Rightarrow x = \frac{15+13}{14}, \quad x = \frac{15-3}{14}$

$= x = 2, \quad x = \frac{1}{7}$

. প্রদত্ত সমীকৰণৰ নির্ণেয় মূলদুটা হ'ল ঃ 2 আৰু $\frac{1}{7}$

৪.৩.৩ খ (৩) দ্বিঘাত সূত্র প্রয়োগ কৰি সমাধান (Solution by using quadratic formula)

খ (২) ত আমি পাইছিলো যে $ax^2 + bx + c = o, \ a \neq o$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল দুটা $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ সূত্রৰ সহায়ত পাব পাৰি । এই সূত্রটোকে **দ্বিঘাত সূত্র** বোলে । এতিয়া আমি এই সূত্রৰ সহায়ত কেনেকৈ সমাধান কৰিব পাৰি তাক জানিবলৈ দুটা সমীকৰণ সমাধান কৰিম ।

উদাহৰণ 4 ঃ দ্বিঘাত সূত্র প্রয়োগ কৰি সমাধান কৰক ঃ

(i) $2x^2 + 3 = 7x$

(ii) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} = 0$

সমাধান ঃ (i) প্রদত্ত সমীকৰণটো প্রমাণিক ৰূপলৈ ৰূপান্তিৰত কৰিলে হ'ব ঃ $2x^2 + 7x + 3 = 0$ আৰু ইয়াক $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকৰণৰ লগত তুলনা কৰি আমি পাওঁ ঃ a = 2 , b = - 7 আৰু c = 3

দ্বিঘাত সূত্র প্রয়োগ কৰি আমি পাওঁ -

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$

$= \frac{7 \pm 5}{4}$

. নির্ণেয় মূল দুটা হ'ল ঃ 3 আৰু $\frac{1}{2}$

৪.৩.৪ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূলৰ প্রকৃতি (Nature roots of Quadratrc equation)

আমি দেখিছো যে $ax^2 + bx + c = o, \ a \neq o$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূলদুটা

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ সূত্রটোৰ পৰা পোৱা যায় ।

এতিয়া এই ক্ষেত্রত তলৰ পৰিস্থিতি কেইটা উদ্ভৱ হ'ব পাৰে ।

পৰিস্থিতি - 1. যদি $b^2 = 4ac$, তেন্তে $x = \frac{-b \pm o}{2a} = -\frac{b}{2a}$

গতিকে মূলদুটা বাস্তৱ আৰু সমান ।

পৰিস্থিতি - 2. যদি $b^2 - 4ac > o$, তেন্তে মূল দুটা বাস্তৱ আৰু ভিন্ন

মূল দুটা হ'ল ঃ $\frac{-b + \sqrt{m}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{m}}{2a}$ য'ত $m = b^2 - 4ac > o$

পৰিস্থিতি - 3 যদি $b^2 - 4ac < o$, তেন্তে আমি এনেকুৱা এটা বাস্তৱ সংখ্যা নাপাওঁ যাৰ বর্গ $b^2 - 4ac$ ৰ সমান হয়। সেয়ে মূল দুটা বাস্তৱ নহয়।

গতিকে দেখা গ'ল যে $ax^2 + bx + c = o$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূলদুটা বাস্তৱ হয় নে নহয়, নাইবা ভিন্ন হয় নে নহয়, সেইয়া $b^2 - 4ac$ য়ে নির্ণয় কৰে ।এই কাৰণে $b^2 - 4ac$ ৰাশিটোক দ্বিঘাত সমীকৰণৰ নিদর্শক (discriminant) বা বিবেচিকা বোলে ।এইটো লক্ষ্য কৰিব যে আমি এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান নকৰাকৈ তাৰ মূলৰ প্রকৃতি নির্ণয় কৰিব পাৰো।



অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ ২

প্রশ্ন নং ১ঃ তলৰ উক্তিসমূহ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ নির্ণয় কৰক -

(ক) $x^2 + 2x + 10$ সমীকৰণৰ মূল দুটা সমান আৰু বাস্তৱ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(খ) যদি এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূলদুটা সমান হয়, তেন্তে সিহঁত সদায় বাস্তৱ হ'ব। (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(গ) $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকৰণৰ মূলদুটা বাস্তৱ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(ঘ) $2x^2 + 4x + 1 = 0$ সমীকৰণৰ মূলদুটা ভিন্ন আৰু বাস্তৱ (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

প্রশ্ন নং ২ঃ তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ বিলাক ক্রমে উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি, পূর্ণবর্গীকৰণ পদ্ধতি আৰু দ্বিঘাত সূত্র প্রয়োগ কৰি সমাধান কৰক ।

(ক) $x^2 - 7x + 10 = 0$ (খ) $x^2 + 9x + 14 = 0$

(গ) $x^2 - 3x - 10 = 0$ (ঘ) $x - 6 + \frac{9}{x} = 0$

৪.৪ দুটা অজ্ঞাত ৰাশি (নাইবা চলক) যুক্ত ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ (Simultaneous Equations with two unknowns or variasles)

দুটা অজ্ঞাত ৰাশি যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণ আৰু এটা অজ্ঞাত যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ মাজত পাৰ্থক্য এইখিনিতে যে প্ৰথমটোত এটা অজ্ঞাত ৰাশিৰ পৰিবৰ্তে দুটা অজ্ঞাত ৰাশি থাকে। দুটা অজ্ঞাত যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ সাধাৰণ নাইবা প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ল ঃ

$ax^2 + by + c = 0$ য'ত a, b, c বাস্তৱ আৰু $a \neq o, b \neq o$

উদাহৰণ ঃ (i) x + y =0 (ii) x + y + 1=0

যি দুটামান এটা x ৰ আৰু আনটো y ৰ, সমীকৰণটোত বহুৱালে সমীকৰণটোৰ দুয়োটা পক্ষ সমান হয়, সেই মান দুটাক সমীকৰণটোৰ মূল বা বীজ বোলে । উদাহৰণ স্বৰূপে 2x + y =5 সমীকৰণৰ মূল x = 1, y = 9

দুটা অজ্ঞাত যুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণ এটাৰ লেখ, এডাল সৰল ৰেখা হয়। সমীকৰণটোৰ প্ৰতিটো মূল সৰল ৰেখাডালৰ একোটা বিন্দুক বুজায় আৰু বিপৰীত ক্ৰমে সমীকৰণটোৱে নিৰ্দেশ কৰা সৰল ৰেখাডালৰ প্ৰত্যেক বিন্দুৰ স্থানাংকই সমীকৰণটোৰ একোটা মূলক বুজায়।

ইয়াত আমি দুটা অজ্ঞাত যুক্ত এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণ নাইবা সংক্ষেপে দুটা অজ্ঞাত ৰাশি যুক্ত সহ-সমীকৰণৰ সমাধান সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিম ।

ৰৈখিক সমীকৰণ যুগল এটাৰ গঠন -

$a_1x + by + c_1 = 0$ আৰু $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ য'ত
$a_1, b_1, c_1,\ \ a_2, b_2, c_2,$ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a_1 \neq o,\ b_1 \neq o,\ a_2 \neq o,\ b_2 \neq o$

আৰ্হিৰ হ'লে সমীকৰণ যুগলক x আৰু y অজ্ঞাত ৰাশি বিশিষ্ট সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী (System of Simultaneous Equations) বোলে । সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীৰ দুটা ভাগ আছে। ভাগ দুটা হ'ল ঃ

(i) **সমঘাতৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী ঃ** যদি c_1 আৰু c_2 উভয়ে শূণ্য হয়, তেন্তে সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটোক সমঘাতৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী বোলে ।

উদাহৰণ ঃ (a) x + y = 0 (b) x - y = 0
2x + y = 0 x + 2y = 0

(ii) বিসমঘাতৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী ঃ যদি $a_1, b_1, c_1,\ \ a_2, b_2, c_2,$ আটাইকেইটা অশূণ্য বাস্তৱ সংখ্যা হয়, তেন্তে সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটোক বিসমঘাতৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী বোলে ।

উদাহৰণ ঃ (a) x + y + 1 = 0 (b) x - y+ 5 = 0
2x + y - 1 = 0 x + 2y + 1= 0

এতিয়া আমি সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সমাধান সম্পৰ্কে শিকিম । যি দুটা মানৰ এটা x ৰ আৰু আনটো y ৰ যুটিয়ে দুয়োটা সমীকৰণ সিদ্ধ কৰে তাকে প্ৰণালীটোৰ সমাধান বা মূল বোলে।

উদাহৰণ স্বৰূপে, 2x + 3y = 7 আৰু 5x - 2y = 8 সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ মূল x = 2, y = 1.

৪.৪.১ সংগত হোৱাৰ চর্ত (Condition for Consistency)

ধৰাহ'ল সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটো ঃ

$a_2x+b_1y+c_1=0$.....(1)

$a_2x+b_2y+c_2=0$.....(2)

সমীকৰণ (1) ক b_2 ৰে আৰু সমীকৰণ (2) ক b_1 ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ -

$a_1b_2x+b_1b_2y+c_1b_2=0$.....(3)

$a_2b_1x+b_1b_2y+b_1c_2=0$.....(4)

(3) - (4) ৰ পৰা,

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=b_1c_2-b_2c_1.....(5)$$

সেইদৰে সমীকৰণ (1) ক a_2 ৰে আৰু সমীকৰণ (2) ক a_1 ৰে পূৰণ কৰি আৰু পিছত বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ -

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=a_2c_1-a_1c_2.....(6)$$

পৰিস্থিতি - 1. যদি $a_1b_2-a_2b_1\neq o$ তেন্তে (5)আৰু (6) ৰ পৰা আমি পাওঁ -

$$x=\frac{b_1c_2\ -\ b_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1},\qquad y=\frac{a_2c_1\ -\ a_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1}.....(7)$$

গতিকে সমীকৰণ প্ৰণালীটো সংগত আৰু ইয়াৰ অদ্বিতীয় সমাধান আছে । এই সমাধান (7) পৰা পোৱা যায় ।

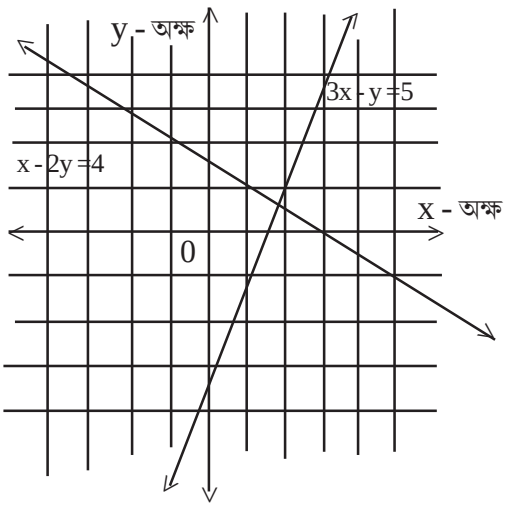
গতিকে যদি $a_1b_2\ -\ a_2b_1\neq 0$ অর্থাৎ $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ তেন্তে সমীকৰণ (1) আৰু সমীকৰণ (2) য়ে নির্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডালে এটা বিন্দুত ছেদ কৰে । এই বিন্দুটোৰ স্থানাংক দ্বয় হ'ল ঃ $\left(\frac{b_1c_2-b_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1},\frac{a_2c_1-a_1c_2}{a_1b_1-a_2b_1}\right)$

উদাহৰণ স্বৰপে তলৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটো লোৱা যাওক ঃ

x + 2y = 4 ..... (i)

3x - y = 5 ..... (ii)

ইয়াত (i) আৰু (ii) য়ে নির্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডালে চিত্র 4.1 ত দেখুৱা ধৰণে (2,1) বিন্দুত কটাকটি কৰে ।



চিত্ৰ 4.1

পৰিস্থিতি 2 - যদি $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$, তেন্তে

ধৰাহ'ল $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}=k$, স্পষ্টত ঃ k শূণ্য নহয়।

এতিয়া আমি পাওঁ, $a_1=ka_2, b_1=kb_2, c_1=kc_2$

সমীকৰণ (1) ত a_1, b_1, c_1 ৰ মান বিলাক বহুৱাই আমি পাওঁ - $k(a_2x+b_2y+c_2)=0$

$$\left.\begin{aligned} a_1x+b_1y+c_1=0\\ a_2x+b_2y+c_2=0\end{aligned}\right\}\text{প্ৰণালীটো}$$

$$\left.\begin{aligned} k(a_2x+b_2y+c_2=0\\ a_2x+b_2y+c_2=0\end{aligned}\right\}\text{ প্ৰণালীটোৰ সমতুল্য}$$

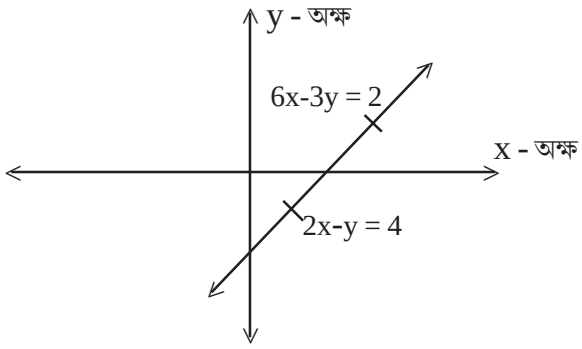
স্পষ্টত ঃ প্ৰথম প্ৰণালীটোৰ সমাধান মান দ্বিতীয় প্ৰণালীটোৰ সমাধান মান হ'ব আৰু বিপৰীত ক্ৰমে দ্বিতীয় প্ৰণালীটোৰ সমাধান মান প্ৰথমটোৰ সমাধান মান হ'ব । যিহেতু k এটা অশূণ্য সংখ্যা, গতিকে সমীকৰণ (1) আৰু সমীকৰণ (2) একে সমীকৰণ । গতিকে সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ অসংখ্য সমাধান আছে। জ্যামিতিক ভাৱে ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল এই যে সমীকৰণ দুটাই নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাল সংপাতী ।

উদাহৰণ স্বৰূপে তলৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটো বিবেচনা কৰক ঃ

$$6x - 3y = 12$$

$$2x - y = 14$$

ওপৰৰ সমীকৰণ দুটাই নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাল সংপাতী আৰু ইয়াক চিত্ৰ 4.2 ত দেখুওৱা হৈছে।



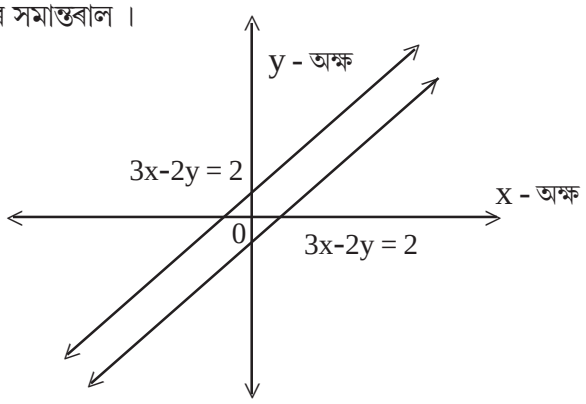
চিত্ৰ 4.2

পৰিস্থিতি - 3 যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, তেন্তে প্ৰণালীটোৰ কোনো সমাধান নাথাকে।

এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণ দুটাই নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল হয় আৰু সেয়ে সিহঁতে কোনো এটা বিন্দুত কটাকটি নকৰে । তলৰ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীটো বিবেচনা কৰক ঃ

3x - 2y = 2 3x - 2y = - 2

চিত্ৰ 4.3 ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ ওপৰৰ সমীকৰণ দুটাই নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰল ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল ।



চিত্ৰ 4.3

এতিয়া আমি কেইটামান সমস্যা সমাধান কৰোহ'ক ।

উদাহৰণ ঃ 5 তলৰ প্ৰত্যেক সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীৰ একক সমাধান আছেনে নাই, অসীম সংখ্যক সমাধান আছে নে নাই নাইবা কোনো সমাধান নাই নেকি নিৰ্ণয় কৰক।

(i) 2x - y = 7
x + 5y = -2

(ii) $3x - 2y = 5$
$\frac{9}{2}x - 3y - \frac{15}{2} = 0$

(iii) $5x - 2y = 12$
$\frac{15}{2}x - 3y = 24$

সমাধান ঃ (i) 2x - y = 7, x + 5y = -2 = 2x - y -7 = 0, x + 5y + 2 = 0

ইয়াত $\frac{a_1}{a_2}=\frac{2}{1}=2, \quad \frac{b_1}{b_2}=\frac{-1}{5}, \frac{c_1}{c_2}=\frac{-7}{2}$

যিহেতু $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$, গতিকে প্ৰণালীটোৰ একক (অদ্বিতীয়) সমাধান আছে ।

(ii) $3x - 2y = 5, \ \frac{9}{2}x-3y-\frac{15}{2}=0$

$= 3x - 2y - 5 = 0, \ 9x - 6y - 15 = 0$

ইয়াত $\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2}=\frac{1}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2}=\frac{1}{3},$

যিহেতু $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$, গতিকে প্ৰণালীটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে।

(ii) $5x - 2y = 12, \ \frac{15x}{2}-3y=24$

$= 5x - 2y - 12 = 0, 15x - 6y - 48 = 0$

ইয়াত $\frac{a_1}{a_2}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2}=\frac{-2}{-6}=\frac{1}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2}=\frac{-12}{-48}=\frac{1}{4},$

যিহেতু $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$, গতিকে প্ৰণালীটোৰ কোনো সমাধান নাই ।

উদাহৰণ - 6. K ৰ কি মানৰ বাবে -

(K - 3) x + 3y = K

Kx + Ky = 12

সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব নিৰ্ণয় কৰাৰ লগতে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰক যাতে প্ৰণালীটোৰ অদ্বিতীয় সমাধান থাকে।

সমাধান ঃ অসমী সংখ্যক সমাধান পাবৰ কাৰণে, প্ৰণালীটোৰ ক্ষেত্ৰত $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ সিদ্ধ হ'ব লাগিব ।

অৰ্থাৎ প্ৰণালীটোৰ ক্ষেত্ৰত সিদ্ধ হ'ব লাগিব ।

$\frac{k-3}{k}=\frac{3}{k}=\frac{-k}{-12}$.....(1)

এতিয়া, $\frac{3}{k} = \frac{-k}{-12} \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$

সত্যাপন কৰিলে দেখিব যে k = 6 য়ে (i) ক সিদ্ধ কৰে, কিন্তু k = 6 য়ে (i) ক সিদ্ধ নকৰে । গতিকে k = 6 হ'লে প্রণালীটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব ।

দ্বিতীয় অংশ ঃ প্রণালীটোৰ অদ্বিতীয় সমাধান থাকিব

যদি $\frac{k-3}{k} \neq \frac{3}{k}$

অর্থাৎ যদি $k^2 \neq 6k$

k ৰ কিছুমান সম্ভাব্য মান হ'ল ঃ 1, 2, 3 ইত্যাদি

৪.৪.২ সহ-সমীকৰণৰ সমাধান পদ্ধতি

বীজীয় পদ্ধতি আৰু লৈখিক পদ্ধতিৰ সহায়ত দুটা চলক যুক্ত সহ-সমীকৰণ প্রণালী সমাধান কৰিব পাৰি ।

(A) বীজীয় পদ্ধতি কেইটা হ'ল ঃ

(i) সহগ সমান কৰি অপনয়ন

(ii) প্রতিস্থাপনৰ দ্বাৰা অপনয়ন

(iii) বজ্রগুণন

(B) লৈখিক পদ্ধতি ঃ এই পদ্ধতিত একে অক্ষৰেখা আৰু একে একক ব্যৱহাৰ কৰি সমীকৰণ দুটাৰ লেখ অংকন কৰা হয়।

A. (i) **সহগ সমান কৰি অপনয়ন পদ্ধতি ঃ**

তলৰ সমীকৰণ দুটা বিবেচনা কৰক ঃ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ..... (i)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ..... (ii)

শাখা ৪.৪.১ ত দেখুওৱা ধৰণে সমীকৰণ (1) আৰু সমীকৰণ (2) ক ক্রমে a_2 আৰু a_1 ৰে পূৰণ কৰি দুয়োটা সমীকৰণত x ৰ সহগ দুটা সমান কৰি লব পাৰি । ইয়াৰ পিছত বিয়োগ কৰিলে কেৱল y ত এটা সমীকৰণ পোৱা যাব আৰু তাৰ পৰা y ৰ মান উলিয়াব পাৰি । y ৰ মান সমীকৰণ (1) নাইবা (2) ত বহুৱাই x ৰ মান পাব পাৰি । দুয়োটা সমীকৰণত x ৰ সহগ সমান কৰাৰ পৰিবর্তে y ৰ সহগ সমান কৰিব পাৰি আৰু ইয়াৰ পিছত ওপৰত দিয়া ধৰণে আগবাঢ়ি সমাধান পাব পাৰি ।

উদাহৰণ ঃ 7 সহগ সমান কৰি অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমীকৰণ প্রণালীটো সমাধান কৰক।

$7x + 5y = 8$ ..... (1)

$2x - 3y = -11$ ..... (2)

সমাধান ঃ (1) ক 3 ৰে আৰু (2) ক 5 ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ -

21x + 15y = 24 ..... (3)

1-x - 15y = -55 ..... (4)

(3) আৰু (4) যোগ কৰি আমি পাওঁ -

21x + 10x = -31 = x = -1

(1) ত x = -1 বহুৱাই আমি পাওঁ, y = 3

গতিকে নির্ণেয় মূল হ'ল : x = -1, y = 3

A (ii) প্রতিস্থাপনৰ দ্বাৰা অপনয়ন পদ্ধতি

ধৰাহ'ল সমীকৰণ দুটা -

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0.....(1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0.....(2$$

আমি (1) ৰ পৰা y ক x ত প্রকাশ কৰিব পাৰো আৰু তাকে কৰি আমি পাওঁ -

$$y = \frac{-a_1x - c_1}{b_1}.....(3)$$

y ৰ মান (2) ত বহুৱাই আমি পাওঁ -

$a_2x + b_2\left(\frac{-a_1x - c_1}{b_1}\right) + c_2 = 0$ আৰু আমি এই সমীকৰণটো সমাধান কৰিলে x ৰ মান পাম আৰু x ৰ সেইমান (3) ত বহুৱালে y ৰ মান উলিয়াব পাৰিম ।

আমি (1) ৰ পৰা y ক x ত প্রকাশ কৰাৰ পৰিৱর্তে x ক y ত প্রকাশ কৰিব পাৰো আৰু আগৰ নিচিনাকৈ প্রণালীটোৰ মূল পাব পাৰো ।

উদাহৰণ - 8 প্রতিস্থাপনৰ দ্বাৰা অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমীকৰণ প্রণালীটো সমাধান কৰকঃ

$$\frac{3}{2}x - \frac{5}{3}y = -2.....(1)$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{13}{6}.....(2)$$

সমাধান ঃ (1) আৰু (2) ক 6 ৰে পূৰণ কৰি আৰু সৰল কৰি আমি পাওঁ ঃ

$$9x - 10y = -12.....(3)$$

$$2x + 3y = 13.....(4)$$

(4) ৰ পৰা, $y = \frac{13 - 2x}{3}$.....(5) আৰু y ৰ এই মান (3) ত বহুৱাই আমি পাওঁ ;

$$9x - 10\left(\frac{14 - 2x}{3}\right) = -12$$

$$\Rightarrow 27x - 130 + 20x = -36$$

$$\Rightarrow 47x = 130 - 36 = 94$$

$$= x = 2$$

x ৰ এই মান (5) ত বহুৱাই আমি পাওঁ ঃ

$$y = {}^{(13-4}\!/_{3} = 3$$

গতিকে প্ৰণালীটোৰ মূল ঃ x = 2, y = 3

A (iii) বজ্ৰগুণন পদ্ধতি ঃ

তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীটো লওঁ হ'ক ঃ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0.....(1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0.....(2$$

(1) ক b_2 ৰে আৰু (2) ক b_1 ৰে পূৰণ কৰি আৰু পিছত বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ,

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x + (b_2c_1 - b_1c_2) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.....(3)$$

সেইদৰে (1) ক a_2 ৰে আৰু (1) ক a_1 ৰে পূৰণ কৰি আৰু পিছত বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ, $(a_1b_2 - a_2b_1)y + (a_1c_2 - a_2c_1) = 0$

$$\Rightarrow y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.....(4)$$

(3) আৰু (4) ৰ পৰা আমি পাওঁ,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}.....(5)$$

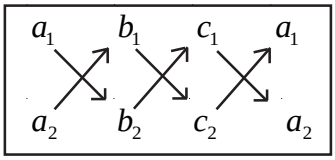
দৰ্কাৰী পৰ্যায় (Important Steps)

(i) সমীকৰণ দুটা প্ৰামাণিক ৰূপত তলত দিয়া ধৰণে লিখক ।

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0.....(1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0.....(2)$$

(ii) সহগ বিলাক তলত দিয়া ধৰণে লিখক -



(iii) $\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

(iv) $x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$, $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

উদাহৰণ - 9 বজ্ৰগুণন পদ্ধতিৰে সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰক ঃ

$2x + 3y = 11$ ..... (1)

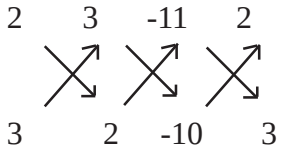
$3x + 2y = 10$ ..... (2)

সমাধান ঃ (1) আৰু (2) ক প্ৰমাণিক ৰূপত লিখিলে হ'ব ঃ

$2x + 3y - 11$ ..... (1)

$3x + 2y = 10$ ..... (2)

সহগ বিলাকক তলত দিয়া ধৰণে সজাই লোৱা হ'ল ঃ



এতিয়া বজ্ৰগুণন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ -

$$\frac{x}{3\times(-10)-2\times(-11)} = \frac{y}{(-11)\times 3-(-10)\times 2} = \frac{1}{2\times 2-3\times 3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-8} = \frac{y}{-13} = \frac{1}{-5} \Rightarrow x = \frac{8}{5}, y = \frac{13}{5}$$

গতিকে নিৰ্ণেয় সমাধান হ'ল - $x = \frac{8}{5}, y = \frac{13}{5}$

(C) লৈখিক পদ্ধতি ঃ (Graphical method)

এই পদ্ধতিত আমি দুয়োটা সমীকৰণৰ লেখ অংকন কৰো । লেখ দুডালৰ ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক দুটাই সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ সমাধান হ'ব। তলত দিয়া সমস্যাটোৰ সমাধানৰ পৰা পদ্ধতিটো স্পষ্ট হ'ব ।

উদাহৰণ ঃ 10 লৈখিক পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক -

$x - y + 1 = 0$ .....(1)

$x + 2y + 40$ ..... (2)

সমাধান ঃ (1) আৰু (2) ৰ লেখ অংকনৰ বাবে আমি প্ৰথমতে (1) আৰু (2) য়ে নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডালৰ বিন্দু নিৰ্ণয় কৰিম ।

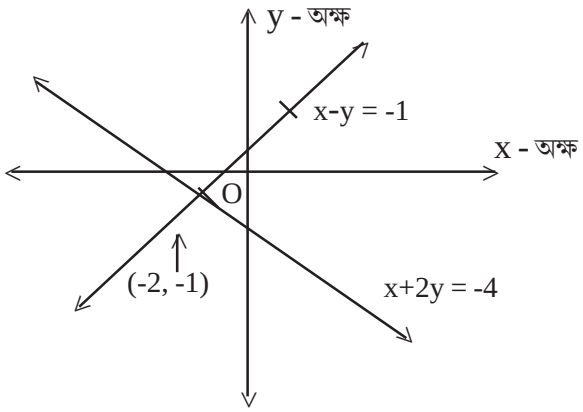
সৰলৰেখা (1) ৰ তিনিটা বিন্দু ঃ

x	0	1	- 2
y	1	2	-1

সৰলৰেখা (2) ৰ তিনিটা বিন্দু ঃ

x	0	-2	- 4
y	-2	-1	0

সৰল ৰেখা দুডালৰ লেখ চিত্ৰ তলত দেখুওৱা হ'ল ঃ



মনত ৰাখিব যে দুয়োডাল সৰল ৰেখা অংকন কৰোতে আমি একে x অক্ষ আৰু y অক্ষ লওঁ । আমি অক্ষদ্বয়ৰ ছেদবিন্দুক মূল বিন্দু হিচাপে লৈ আৰু একে স্কেল (Scale) ব্যৱহাৰ কৰি সৰলৰেখা দুডাল অংকন কৰো। এই সৰলৰেখা দুডালৰ ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক দুটাই সমীকৰণ প্ৰণালী (1) আৰু (2) ৰ সমাধান হ'ব । লেখ চিত্ৰত আমি দেখো যে সৰলৰেখা দুডালৰ ছেদ বিন্দুটো হ'ল (-2, -1) আৰু সেয়ে প্ৰণালীটোৰ সমাধান হ'ল x = -2, y = -1



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ৩

প্ৰশ্ন নং ১ঃ দুটা অজ্ঞাত ৰাশিযুক্ত সহ-সমীকৰণ প্ৰণালীৰ ভিন ভিন ভাগকেইটা কি কি ?

প্ৰশ্ন নং ২ঃ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ অদ্বিতীয় সমাধান থকাৰ চৰ্তটো কি ?

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থকাৰ চৰ্তটো কি ?

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ কেতিয়া কোনো সমাধান নাথাকে ?

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ তলৰ উক্তিসমূহ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ নিৰ্ণয় কৰক-

(ক) দুডাল অ-সমান্তৰাল সৰল ৰেখাই মাত্ৰ এটা বিন্দুত কটাকটি কৰে।
(শুদ্ধ/ অশুদ্ধ)

(খ) যদি ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ সমীকৰণ দুটাই নিৰ্দ্দেশ কৰা সৰল ৰেখা দুডাল ভিন্ন সমান্তৰাল ৰেখা হয়, তেন্ত প্ৰণালীটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকে । (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

(গ) x + y = 0, x + y = 1 সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ কোনো সমাধান নাই (শুদ্ধ / অশুদ্ধ)

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰক ঃ

(ক) বজ্ৰগুণন পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

(খ) প্ৰতিস্থাপন কৰি অপনয়ন পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

(গ) সহগ সমান কৰি অপনয়ন পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

(ঘ) লৈখিক পদ্ধতিৰ দ্বাৰা

$2x - 3y - 1 = 0$

$3x + 2y - 3 = 0$



৪.৫ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- এই অধ্যায়ত আমি দুটা ভিন্ন ধৰণৰ মিশ্ৰ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ বিষয়ে শিকিলোঁ । কিদৰে শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব লাগে তাকো শিকিলোঁ । আকৌ আমি পালো যে তিনিটা পদ্ধতিৰে মিশ্ৰদ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰি আৰু পদ্ধতি তিনিটা হ'ল - উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি, পূৰ্ণ বৰ্গীকৰণ পদ্ধতি আৰু দ্বিঘাত সূত্ৰৰ প্ৰয়োগ । আমি এই পদ্ধতি কেইটা ব্যৱহাৰ কৰি ভালে মান সমীকৰণ সমাধান কৰিছোঁ ।
- আমি দ্বিঘাত সমীকৰণৰ নিৰ্দ্দেশক সম্পৰ্কে ও শিকিলোঁ । নিৰ্দ্দেশকৰ পৰা আমি মূলৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে তথ্য পাওঁ । যদি নিৰ্দ্দেশক শূণ্য হয়, তেন্তে মূল দুটা বাস্তৱ আৰু সমান হ'ব, যদি নিৰ্দ্দেশক ধনাত্মক তেন্তে মূলদুটা বাস্তৱ আৰু ভিন্ন হ'ব, অন্যথা মূল দুটা বাস্তৱ নহ'ব ।
- আমি দুই প্ৰকাৰৰ দুটা অজ্ঞাত ৰাশি যুক্ত ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিছো, যেনে -সমঘাতৰ আৰু বিসমঘাতৰ। ইয়াৰোপৰি আমি ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ সংগত হোৱাৰ চর্ত সম্পৰ্কেও আলোচনা কৰিছোঁ । এই বিষয়ত তিনিটা সম্ভাৱনা আছে, যেনে - সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ অদ্বিতীয় সমাধান থাকিব পাৰে নাইবা অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব পাৰে নাইবা কোনো সমাধান নাথাকিব পাৰে। এই সম্ভৱনা তিনিটা সত্যাপন কৰাৰ কাৰণে তিনিটা চর্ত ও পোৱা গৈছে । লেখৰ সহায়তো সম্ভাৱনা তিনিটা প্ৰদর্শন কৰা হৈছে ।
- শেষত ৰৈখিক সহ-সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ ভিন ভিন পদ্ধতি সমূহ শিকিছোঁ । সমাধান কৰাৰ কাৰণে তিনিটা বীজীয় পদ্ধতি আছে, যেনে- সহগ সমান কৰি অপনয়ন, প্ৰতিস্থাপনৰ সহায়ত অপনয়ন আৰু বজ্ৰগুণন । লৈখিক পদ্ধতিটোও সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী এটাৰ সমীকৰণ দুটাৰ লেখ অংকন কৰি আলোচনা কৰা হৈছে ।



৪.৬ অধিক জানিবলৈ

1) Business Mathematics, Qazi Zameeruddin, V.K. Khanna, and S.K. Bhambri, Vikas Publishing House Pvt. Ltd., Second Reprint, 1995.

2) Business Mathematics, Dr. P.L. Hazarika, S. Chand.



৪.৭ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ -১

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) অশুদ্ধ (খ) অশুদ্ধ (গ) শুদ্ধ (ঘ) শুদ্ধ

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ - ২

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ (খ) শুদ্ধ (গ) অশুদ্ধ (ঘ) শুদ্ধ

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ -৩

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ সমঘাত আৰু বিসমঘাত

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

৫ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ (খ) অশুদ্ধ (গ) শুদ্ধ

৬ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) (খ) (গ) (ঘ) $\frac{11}{13}, \frac{3}{13}$



৪.৮ আৰ্হি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ঃ দ্বিঘাত সমীকৰণ কাক বোলে ? দ্বিঘাত সমীকৰণৰ প্রামাণিক ৰূপটো লিখক ।

প্রশ্ন ২ঃ শুদ্ধদ্বিঘাত সমীকৰণ কাক বোলে ? কি চর্তত $px^2 + 9x + r = 0, p \neq o$ সমীকৰণটো শুদ্ধ দ্বিঘাত সমীকৰণ হ'ব ?

প্ৰশ্ন ৩ঃ k ৰ কি সৰ্ব্বোচ্চ অখণ্ড মানৰ বাবে $x^2 - 6x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰনৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু ভিন্ন হ'ব ? k ৰ কি মানৰ বাবে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ মূল দুটা সমান হ'ব ?

প্ৰশ্ন ৪ঃ $x^2 + mx + 24 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ এটা মূল $\frac{3}{2}$ হ'লে m ৰ মান কি হ'ব ?

প্ৰশ্ন ৫ঃ m ৰ কি মানৰ বাবে $x^2 + mx + 24 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল দুটা সমান হ'ব ?

প্ৰশ্ন ৬ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণকেইটা সমাধান কৰক -

(i) $x^2 + 5x + 6 = 0$ (ii) $3x - 4 = \sqrt{2x^2 - 3x + 2}$

(iii) $3x^2 + 10x + 3 = 0$ (iv) $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-3}{x-1}$

প্ৰশ্ন ৭ঃ বৰ্গ সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক ঃ

(i) $2x^2 + 3x - 1 = 0$ (ii) $x^2 + 10x + 24 = 0$

প্ৰশ্ন ৮ঃ দ্বিঘাত সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি 6 (i) - 6 (ii) আৰু 7 (i) - 7 (ii) দ্বিঘাত সমীকৰণ কেইটা সমাধান কৰক।

প্ৰশ্ন ৯ঃ এটা সহ-সমীকৰণ প্ৰণালী সংগত বুলিলে আপুনি কি বুজে?

প্ৰশ্ন ১০ঃতলৰ প্ৰণালীটো সহগ সমান কৰি অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 5$$
$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = -\frac{7}{6}$$

প্ৰশ্ন ১১ঃতলৰ প্ৰণালীটো প্ৰতিস্থপনৰ দ্বাৰা অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক ঃ

$5x - 6y + 18 = 0$

$3x + 8y + 5 = 0$

প্ৰশ্ন ১২ঃবজ্ৰগুণন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক ঃ

$2x - 3y - 19 = 0$

$3x + 2y - 9 = 0$

প্ৰশ্ন ১৩ঃপ্ৰশ্ন 10 পৰা প্ৰশ্ন 12 লৈ দিয়া সমীকৰণ প্ৰণালী কেইটা লৈখিক পদ্ধতিৰে সমাধান কৰক।

*** ***** ***