অধ্যায় ৬ঃ ঘাতাংক (LOGARITHM)

অধ্যায় গাঁথনি

৬.১ উদ্দেশ্য

৬.২ পৰিচয়

৬.৩ ঘাতাংক

- ৬. ৩. ১ ঘাতাংকৰ ধর্ম
- ৬. ৩. ২ সাধাৰণ ঘাতাংক
- ৬. ৩. ৩ প্রতিঘাতাংক
- ৬. ৩. ৪ ঘাতাংকৰ প্রয়োগ

৬. ৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৬. ৫ অধিক জানিবলৈ

৬. ৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৬. ৭ আৰ্হি প্রশ্ন

৬.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি—

- ঘাতাংকৰ সংজ্ঞা দিব পাৰিব
- ঘাতাংকৰ ধর্মবোৰ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব
- সাধাৰণ ঘাতাংক ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব

৬.২ পৰিচয়

সাংখিক গণনা কার্যত ঘাতাংকই গুৰুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন কৰে। আমি এই অধ্যায়ত ঘাতাংক আৰু ঘাতাংকৰ গুণ সম্পর্কে আলোচনা কৰিম । ইয়াত আমি ঘাতাংকৰ বিধি (Laws) বিলাক আৰু সিহঁতৰ প্রয়োগ সম্পর্কে আলোচনা কৰিম । এই বিলাক পৰিসাংখ্যিকীয় কামত বিশেষকৈ অনুপাত লোখ অংকন কৰা, গুণোত্তৰ মাধ্য গণনা কৰা, সংখ্যাৰ ঘাত আৰু মূল নির্ণয় কৰা আৰু উপনিত ৰেখাক খাপ খুওৱা বিষয়ত ব্যৱহৃত হয়। গতিকে এই অধ্যায়টো অধ্যয়ন কৰি আপুনি ঘাতাংকৰ গুৰুত্ব আৰু ভিন ভিন ক্ষেত্রত ইয়াৰ প্রয়োগ সম্পর্কে সম্যক জ্ঞান লাভ কৰিবলৈ সমর্থ হ'ব ।

৬.৩ ঘাতাংক (LOGRITHMS)

কোনো ভূমি সাপেক্ষে প্রদত্ত সংখ্যা এটাৰ ঘাতাংক হ'ল সেই ভূমিৰ ঘাতৰ সূচক যি ঘাতলৈ ভূমিক উন্নীত কৰিলে সংখ্যাটো পোৱা যায় । এতেকে 5 ভূমি সাপেক্ষে 15625 ৰ ঘাতাংক 6 । ইয়াৰ অর্থ এইটো যে যদি ভূমি 5 ক 6 ঘাতলৈ উন্নতী কৰা হয় তেন্তে সংখ্যাটো পাম অর্থাৎ 5 x 5 x 5 x 5 x 5 x 5 = 15625 ।

ধৰা হ'ল a এটা 1 ত বাহিৰে ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা । এতেকে যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ কাৰণে a^x এটা ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা হ'ব । ধৰাহ'ল $a^x = N$

ইয়াত আমি a ক ভূমি আৰু x ক a ৰ ঘাতৰ সূচক বুলি কওঁ । সূচক x ক a ভূমি সাপেক্ষে N ৰ ঘাতাংক বোলে আৰু আমি লিখো - $x = \log_a N$

এতেকে, যদি $a^x = N(a. > 0, a \neq 1)$, তেন্তে $\log_a N = x$ নাইবা যদি $\log_a N = x$ তেন্তে $a^x = N$

উদাহৰণ - (i) $2^3 = 8$, গতিকে $\log_2 8 = 3$

(ii) $3^{-2} = \frac{1}{9}$ গতিকে $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$

(iii) $(125)^{1/3} = 5$ গতিকে $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$ ইত্যাদি

মন্তব্য ঃ ঋণাত্মক সংখ্যাৰ ঘাতাংক সংজ্ঞাবদ্ধ নহয়। কাৰণ কোনো a > 0 আৰু $a \neq 1$ ৰ কাৰণে আমি এনেকুৱা বাস্তৱ সংখ্যা নাপাওঁ যাতে a^x ঋণাত্মক হয়।

বিশেষ পৰিস্থিতি ঃ ধৰাহ'ল a > 0 আৰু $a \neq 1$

1. আমি জানো যে $a^0 = 1$, গতিকে $\log 1 = 0$

2. যিহেতু $a^1 = a$ গতিকে আমি পাওঁ $\log_a a = 1$

অনুশীলনী - ১

$\log_a N$ নির্ণয় কৰক, য'ত a = .01 আৰু N = .0001

সমাধান - ধৰাহ'ল, $\log_a N = x$ গতিকে $a^x = N$

$$\Rightarrow (.01)^x = .001 \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^x = \frac{1}{10000}$$

$$= 10^{-2x} = 10^{-4} = 2x = 4 = x = 2$$

এতেকে $\log_{.01}(.0001) = 2$

৬.৩.১ ঘাতাংকৰ ধর্ম (Properties of Logarithms)

(1) $\log (mn) = \log_a m + \log_a n$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $m, n > 0$)

প্রমাণ ঃ ধৰাহ'ল $\log_a m = x$ আৰু $\log_a n = y$

এতেকে $a^x = m$, $a^y = n$

=> mn = a^x, a^y = a $^{x+y}$ => $lg_a(mn) = x + y$

=> $\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$

গতিকে দুটা সংখ্যাৰ পূৰণ ফলৰ ঘাতাংক সিহঁতৰ ঘাতাংকৰ যোগফলৰ সমান ।

উদাহৰণ ঃ (i) $\log_3 35 = \log_3 (5\times 7) = \log_3 5 + \log_3 7$

(ii) $\log_{\sqrt{2}} 57 = \log_{\sqrt{2}} (3\times 19) = \log_{\sqrt{2}} 3 + \log_{\sqrt{2}} 19$

মন্তব্য ঃ আমি এই ধর্মটো যিকোনো সীমিত সংখ্যক সংখ্যাৰ পূৰণফলৰ কাৰণে সম্প্রসাৰণ কৰিব পাৰো ।

উদাহৰণ স্বৰূপে - $\log_2 105 = \log_2 \{3\times(7\times 5)\} = \log_2 3 + \log_2 (7\times 5)$

$= \log_2 3 + \log_2 7 + \log_2 5$

2. $\boxed{\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n, (a > o, a \neq 1, m, n. > o)}$

প্রমাণ ঃ ধৰাহ'ল $\log_a m = x$ আৰু $\log_a n = y$

. $a^x = m$, $a^y = n$

Now $\frac{m}{n} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

এতেকে, $\log\left(\frac{m}{n}\right) = x - y = \log_a m - \log_a n$

উদাহৰণ ঃ (i) $\log_2\left(\frac{7}{5}\right) = \log_2 7 - \log_2 5$

(ii) $\log_2\left(\frac{14}{5}\right) = \log_2 14 - \log_2 5 = \log_2 2 + \log_2 7 - \log_2 5$

(iii) $\log_a\left(\frac{p.q}{r}\right) = \log_a p + \log_a q - \log_a r$

3. $\log_a\left(m^p\right) = p\log_a m (a > o, a \neq 1, m > q)$

প্রমাণ ঃ ধৰাহ'ল $\log_a m = x$ গতিকে $a^x = m$

এতিয়া $m^p = \left(a^x\right)^p = a^{px} \Rightarrow \log\left(m^p\right) = pn = p\log_a m$

উদাহৰণ (i) $\log_5 2^3 = 3\log_5 2$ (ii) $\log_2 5^{1/2} = \frac{1}{2}\log_2 5$ ইত্যাদি

(4) (ভূমি পৰিৱৰ্তন) ঃ

$\boxed{\log_a m = \log_b mx \log_a b (a, b > 0, a \neq 1, b \neq 1, m > 0)}$

প্রমাণ - ধৰাহ'ল $\log_a m = x$, $\log_b m = y$ আৰু $\log_a b = z$

তেতিয়া হ'লে $a^x = m$, $b^y = m$ আৰু $a^z = b$

ইয়াৰ পৰা $a^x = b^x$

এতিয়া $a^x = b^y \Rightarrow a^x\left(a^z\right)^y = a^{zy} \Rightarrow x = zy (\Theta\, b = a^z)$

এইটোৱে সূচায় যে, $\log_a m = \log_b m \times \log_a b$

মন্তব্য ঃ $\log_a m = \log_b m \times \log_a b$ ৰ দুয়োফালে m ৰ ঠাইত a বহুৱাই আমি পাওঁ, $\log_a a = \log_b a \times \log_a b$

$$\Rightarrow 1 = \log_b a \times \log_a b \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

উদাহৰণ ঃ (i) $\log_3 5 = \log_2 5 \times \log_3 2$ (ii) $\log_7 25 = \log_3 25 \times \log_7 3$

5) ${}_a\log_a m = m (a > 0, a \neq 1, m > 0)$

প্ৰমাণ ঃ ধৰাহ'ল $a^{\log_a m} = x$ এতেকে,

$$\log_a x = \log_a m \Rightarrow x = m \Rightarrow a^{\log_a m} = m$$

অনুসিদ্ধান্ত ঃ $a^{x \log_a m} = a^{\log_a m^x} = m^x$

যদি x = - 1, তেন্তে $a^{-\log_a m} = a^{\log_a m^{-1}} = m^{-1} = \frac{1}{m}$

উদাহৰণ ঃ (i) $2^{\log_2 3} = 3$ (ii) $2^{\frac{1}{2}\log_5 3} = \sqrt{3}$

অনুশীলনী - ২

প্ৰমাণ কৰক ঃ $\log_3(\log_2(\log_2 256)) = 1$

সমাধান ঃ যিহেতু 256 = 16 x 16 = 2^8, গতিকে আমি পাওঁ

$$\log_3(\log_2(\log_2 256)) = \log_3(\log_2(\log_2 2^8)) = \log_3(\log_2(8\log_2 2))$$
$$= \log_3(\log_2 8) = \log_3(\log_2 2^3)$$
$$= \log_3(3\log_2 2) = \log_3 3 = 1 \quad \text{প্ৰমাণিত হ'ল ।}$$

অনুশীলনী - ৩

সৰল কৰক ঃ $\frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{1000}}{\log 1.2}$ য'ত আটাইবিলাক ঘাতাংকৰ ভূমি একে ।

সমাধান ঃ $\frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{1000}}{\log 1.2} = \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} + \log 2^3 - \log 10^{\frac{3}{2}}}{\log 1.2}$

$$= \frac{\frac{3}{2}\log 3 + 3\log 2 - \frac{3}{2}\log 10}{\log 1.2} = \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + 2\log 2 - \log 10)}{\log 1.2}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{\log \frac{3 \times 4}{2}}{\log 1.2} = \frac{3}{2} \times \frac{\log 1.2}{\log 1.2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

গতিকে নির্ণেয় উত্তৰটো হ'ল ঃ $\frac{3}{2}$

অনুশীলনী -৪

যদি $\frac{\log a}{b-c}=\frac{\log b}{c-a}=\frac{\log c}{a-b}$, তেন্তে প্রমাণ কৰক যে $a^a b^b c^c = 1$

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল প্রত্যেক ভগ্নাংশ = k

. loga = k (b - a)

logb = k (c - a)

logc = k (a - b)

ধৰাহ'ল A = $a^a b^b c^c$

. log A = log ($a^a b^b c^c$)

= $\log a^a + \log b^b + \log c^c = a\log a + b\log b + c\log c$

= $ak(b-c) + bk(c-a) + ck(a-b)$

= o = log 1

এতেকে A = 1= $a^a b^b c^c$ প্রমাণিত হ'ল ।

অনুশীলনী - ৫

প্রমান কৰক ঃ

$$\frac{1}{\log_a(abc)}+\frac{1}{\log_b(abc)}+\frac{1}{\log_c(abc)}=1$$

সমাধান ঃ বাওঁপক্ষ = $\log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c = \log_{abc}(abc)$

= 1, প্রমাণিত হ'ল



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ১

প্রশ্ন নং ১ঃ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ নির্ণয় কৰক -

(ক) $\log_3\left(\frac{1}{3}\right)=-1$ (খ) $\log_5\left(\frac{1}{2}\right)=1$

(গ) $\log_a a^y = y$ (ঘ) $\log_a\left(\frac{1}{a^m}\right)=m$

(ঙ) $\log_a x < 1$ যদি $0 < x < 1$

প্রশ্ন নং ২ঃ যদি $\log_a x > 1$ আৰু $a > 1$, তেন্তে তলৰ কোনটো শুদ্ধ ?

(ক) $a > x$ (খ) $a < x$ (গ) $a = x$ (ঘ) $x = \frac{1}{a}$

প্রশ্ন নং ৩ঃ খালী ঠাই পূৰ্ণ কৰক ঃ

(ক) $\log_6(\log_{\sqrt{3}} 27) =$ - - - -

(খ) $\log_2 \log_{\sqrt{2}} \log_3 81 =$ - - - -

(গ) যদি $\log_{10} 8.72 = 0.9404$ তেন্তে $\log_{10} 8720 =$ - - - - -

(ঘ) যদি $\log_a(mn) = \log_a(m + n)$ তেন্তে $m =$ - - - -

(ঙ) যদি $x^2 + y^2 = 7xy$ আৰু $\log_a\left(\frac{x+y}{3}\right) = m(\log_a x + \log_a y)$

তেন্তে $m =$ - - - -

৬.৩.২ সাধাৰণ ঘাতাংক (Common Logarithms)

আমি শিকিলো যে ঘাতাংকত 1 ত বাহিৰে আন ধনাত্মক সংখ্যাক ভূমি হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি । বিশেষকৈ 10 ক ভূমি হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰা ঘাতাংক সাধাৰণ ঘাতাংক বোলে । সাধাৰণতে সাধাৰণ ঘাতাংত ভূমি লিখা নহয়। অৱশ্যে স্বাভাৱিক ঘাতাংক (Natural logarithm) নাইবা নেপিৰীয় ঘাতাংক (Napieriam logarithm) নামেৰে আন এক বিশেষ ঘাতাংক আছে য'ত অপৰিমেয় সংখ্যা 'e' ক ভূমি হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। 'e' ৰ মান 2 আৰু 3 ৰ মাজত থাকে ।

এইটো মন কৰিবলগীয়া যে $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + - - -$ য'ত যিকোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n ৰ ক্ষেত্রত n ! = 1× 2x --- × (n - 1) × n, e ৰ আসন্নমান হ'ল 2.7182 । আমি এ সিম্পর্কে অধ্যায়ত - 3 ত অধিক পুংখানু পুংখভাৱে আলোচনা কৰিম।

সাধাৰণ ঘাতাংকৰ সহায়ত সংগণনা (Computation with Common logarithm) সংজ্ঞাৰ পৰা আমি পাওঁ -

$10^o = 1 \Rightarrow \log_{10} 1 = o$

$10^1 = 10 \Rightarrow \log_{10} 10 = 1$

$10^2 = 100 \Rightarrow \log_{10} 100 = 2$

$10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10} 1000 = 3$ ইত্যাদি

ওপৰৰ পৰা এই কথা পৰিলক্ষিত হৈছে যে 1 আৰু 10 ৰ মাজৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংক (অর্থাৎ সাধাৰণ ঘাতাংক) 0 আৰু 1 ৰ মাজত থাকে । গতিকে গঠন হ'ব ঃ - 0 + কোনো ধনাত্মক প্রকৃত দশমিক সংখ্যা উদাহৰণ স্বৰূপে 7 সংখ্যাটোৰ বিষয়ে বিবেচনা কৰক । যিহেতু 1< 7 < 10, গতিকে 0 < log 7 < 1 আৰু সেয়ে ইয়াৰ গঠন হ'ব ঃ

0 + কোনো ধনাত্মক প্রকৃত দশমিক সংখ্যা

সেইদৰে 10 আৰু 100 ৰ মাজৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংক হ'ব ঃ 1+ কোনো ধনাত্মক প্রকৃত দশমিক সংখ্যা, ইত্যাদি ।

গতিকে আমি দেখিলোঁ যে 1 নাইবা 1 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ দুটা

অংশ থাকে । ইহঁতৰ প্ৰথম অংশটো অখণ্ড অংশ আৰু দ্বিতীয়তো দশমিক অংশ । অখণ্ড অংশটোক পূৰ্ণক (Characteristic) আৰু দশমিক অংশটোক অংশক (Mantissa) বোলে । যদি সংখ্যাটো 10 ৰ অখণ্ড ঘাতৰ সমান, তেন্তে তাৰ ঘাতাংকৰ অংশক সদায় শূণ্য হয়।

ইয়াৰ উপৰিও 1 নাইবা 1 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক, সংখ্যাটোৰ অখণ্ড অংশৰ অংকৰ সংখ্যাতকৈ 1 কম হয়।

আকৌ $10^0 = 1 \Rightarrow \log_{10} 1 = 0$

$10^{-1} = 0.1 \Rightarrow \log 0.1 = -1$

$10^{-2} = 0.01 \Rightarrow \log 0.01 = -2$

$10^{-3} = 0.001 \Rightarrow \log 0.001 = -3, - - -$

ওপৰৰ পৰা আমি দেখিলো যে 0.1 আৰু 1 ৰ মাজৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংক -1 আৰু 0 ৰ মাজত থাকে । গতিকে ইয়াৰ গঠন হ'ব ঃ

-1 + কোনো ধনাত্মক প্ৰকৃত দশমিক সংখ্যা । উদাহৰণ স্বৰূপে, 0.7 সংখ্যাটো লওঁহ'ক । যিহেতু 0<0.7<1, - 1 < log 0.7 A < 0 আৰু সেয়ে log 0.7 ৰ ঘাতাংকৰ গঠন হ'ব ঃ

- 1+ কোনো ধনাত্মক প্ৰকৃত দশমিক সংখ্যা ।

সেইদৰে 0.01 আৰু 0.1 ৰ মাজৰ সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ গঠন হ'ব ঃ - 2 + কোনো ধনাত্মক প্ৰকৃত দশমিক সংখ্যা ইত্যাদি । গতিকে 1 তকৈ সৰু সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক এক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু ই সংখ্যাটোৰ দশমিক বিন্দুৰ ঠিক পিছতেই থকা শূণ্যৰ সংখ্যাতকৈ 1বেছি । অৰ্থাৎ যদি 1 তকৈ সৰু ধনাত্মক সংখ্যা এটাৰ দশমিক বিন্দুৰ ঠিক পিছতেই n টা শূণ্য থাকে সংখ্যাটোৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক হ'ব ঃ - (n + 1)

সংখ্যাৰ ঘাতা ংকৰ অংশক প্ৰমাণিক ঘাতাংক তালিকাৰ পৰা পাব পাৰি ।

(b) ধনাত্মক সংখ্যা N ৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক নিৰ্ণয় কৰাৰ ক্ষেত্ৰত দৰ্কাৰী পদক্ষেপ সমূহ ঃ

(1) যদি N >1তেন্তে N ৰ অখণ্ড অংশত থকা অংকৰ সংখ্যা গণনা কৰক । ধৰাহ'ল অংকৰ সংখ্যা = m তেন্তে $\log_{10}$N ৰ পূৰ্ণক হ'ব (m - 1)

(2) যদি 0 < N < 1, তেন্তে N ৰ দশমিক অংশত দশমিক বিন্দুৰ ঠিক পিছতেই থকা শূণ্যৰ সংখ্যা গণনা কৰক । ধৰাহ'ল এই সংখ্যা n তেন্তে সংখ্যাটোৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক হ'ব ঃ -(n + 1) এইদৰে 234, 23.4, 2.34, 0.000234 সংখ্যাকেইটাৰ ঘাতাংকৰ পূৰ্ণক যথা ক্ৰমে 2,1,0 আৰু - 4 ।

(c) অংশকৰ দৰ্কাৰী ধৰ্ম ঃ সংখ্যাত থকা দশমিক বিন্দুৰ অৱস্থানৰ ওপৰত অংশক নিৰ্ভৰশীল নহয়। যেনে - 234, 23.4, 2.34, 0.000234 সংখ্যাকেইটাৰ অংশক একে । ধৰাহ'ল N এটা ধনাত্মক সংখ্যা । যদি আমি N ক 10 বা 10 ৰ ঘাতেৰে পূৰণ কৰো, তেন্তে সাৰ্থক অংক কেইটা একেটা ক্ৰমত একে থাকে, কেৱল দশমিক বিন্দুৰ

অৱস্থানহে সলনি হয়। সেইদৰে যেতিয়া আমি N ক 10 বা 10 ৰ ঘাতেৰে হৰণ কৰো, তেতিয়াও দশমিক বিন্দুৰ অৱস্থানহে সলনি হ'ব ।

ধৰাহ'ল log N = m + o abcd, য'ত o. abcd য়ে এটা দশমিক সংখ্যা নির্দ্দেশ কৰে । এতিয়া

$\log (N \times 10^p) = \log N + \log 10^p = m + 0.\ abcd + p$

$= (m - p) + 0.abcd$ -- (1)

আকৌ, $\log\left(\frac{N}{10^p}\right) = \log N - \log 10^p = m + 0.abcd - p$

$= (m + p) + 0.abcd$ -- (2)

গতিকে উভয় ক্ষেত্রত অংশক একে আছে, কেৱল পূর্ণকহে সলনি হৈছে।

অনুশীলনী - 14

যদি log2 ৰ অংশক 0.3010 আৰু log23 ৰ অংশক 0.3617, তেন্তে তলৰ ঘাতাংক বিলাক নির্ণয় কৰক । আপুনি ঘাতাংক তালিকা ব্যৱহাৰ কৰি অংশক বুজোৱা এই মান বিলাক বিচাৰি উলিওৱা উচিত হ'ব ।

(i) log 2 (ii) log 200 (iii) log 0.0002

সমাধান : (i) log 2 = 0 + 0.3010 = 0.3010

(ii) log 200 = 2 + 0.3010 = 2.3010

(iii) logo. 0002 = -4 + 0.3010 আৰু আমি ইয়াক $\bar{4}$.3010 ৰে বুজাওঁ ।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ২

প্রশ্ন নং ১ঃ খালী ঠাই পূর্ণ কৰক ঃ

(ক) 0.00023 ৰ ঘাতাংক পূর্ণক হ'ল .....

(খ) যদি log 32 = 1.5051, তেন্তে log 32000 = ...

(গ) যদি log 0.000672 = 4.8274 (অর্থাৎ - $\bar{4}$ + 0.8274) তেন্তে log 7620 = ...

প্রশ্ন নং ২ঃ যদি log 2 ৰ অংশক 0.3010 আৰু log 23 ৰ অংশক 0.3617,তেন্তে তলৰ ঘাতাংক বিলাক নির্ণয় কৰক ঃ

(ক) log 230 (খ) log 46

৬.৩.৩ প্রতিঘাতাংক (Antilogarithm)

আমি অনেক ক্ষেত্রত এটা সংখ্যাৰ ঘাতাংক দিয়া থাকিলে সংখ্যাটো উলিয়াবলগীয়া হয়। যদি log x = m তেন্তে m ৰ প্রতিঘাতাংক হ'ব x আৰু আমি লিখো antilog m = x

বিপৰীত ঘাতাংক তালিকাত এটা সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ অংশক সাপেক্ষে সংখ্যাটো দিয়া থাকে । বিপৰীত ঘাতাংক তালিকাৰ পৰা এটা সংখ্যাৰ প্ৰদত্ত অংশক সাপেক্ষে সংখ্যাটো উলিওৱা পদ্ধতিটো ঘাতাংক তালিকাৰ পৰা এটা সংখ্যাৰ অংশ উলিওৱা পদ্ধতিৰ সৈতে একে ।

৬.৩.৪ ঘাতাংকৰ প্ৰয়োগ (Application of Logarithms)

অনুশীলনী - ৬

যদি log 2 = 0.3000 তেন্তে 5^{25} সংখ্যাটোৰ অংকৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰক ।

সমাধান ঃ প্ৰথমতে আমি $\log 5^{25}$ ৰ পূৰ্ণক নিৰ্ণয় কৰিম ।

এতিয়া, $\log 5^{25} = 25\log 5 = 25\log\frac{10}{2}$

= 25 x (log 10 - log 2)

= 25 x (1- 0.3010) = 17.475

∴ পূৰ্ণক = 17 আৰু এইটোৱে সূচায় যে 5^{25} ৰ অংকৰ সংখ্যা = 17 + 1 = 18

অনুশীলনী - ৭

যদি সুত ছয়মাহৰ মূৰে মূৰে হিচাপ কৰা হয়, তেন্তে বছৰি 6% চক্ৰবৃদ্ধি হাৰ সুতত 5000 টকাৰ 2 বছৰ 6 মাহৰ মিশ্ৰ সুত নিৰ্ণয় কৰক । দিয়া আছে - log 2 = 0.3010, log 103 = 2.0128 আৰু log 5.794 = 0.7630

সমাধান ঃ আমি জানো যে বছৰি r % চক্ৰবৃদ্ধিহাৰ সুতত মূলধন (p) ৰ n বছৰৰ চক্ৰবৃদ্ধি সমূল (A) নিৰ্ণয় কৰাৰ সূত্ৰটো হ'ল ঃ $A = p\times\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ আৰু ছয়মাহে ছয়মাহে সুত হিচাপ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত সূত্ৰটো হ'ল ঃ $A = p\times\left(1+\frac{r/2}{100}\right)^{2n}$

ইয়াত p = 5000 টকা, r = 6, n = 2.5 বছৰ আৰু

সেয়ে, $A = 5000\times\left(1+\frac{6/2}{100}\right)^{2\times2.5}$

=> log A = log 5000 + 5 $\times$ log (1.03)

= log 5 + log1000 + 5 $\times$ 0.0128

= (1- 0.3010) + 3 + 0.0640 = 3.7630

=> A = anti log 3.7630 = 5794 (বিপৰীত ঘাতাংক তালিকাৰ পৰা এই মান নির্ণয় কৰক)

গতিকে মিশ্র সুত = 5794.00 টকা - 5000.00 টকা

= 794.00 টকা



৬.৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

আমি বাস্তৱ সংখ্যা x অক a^x ৰ ঘাতাংক হিচাপে সংজ্ঞা দিছো, য'ত a এটা 1 ত বাহিৰে আন ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা । ইয়াৰ পিছত আমি ঘাতাংকৰ কেইবাটাও ধর্ম নির্গমন কৰিছো । আমি 10 ভূমি সাপোক্ষে ঘাতাংকৰ বিষয়ে শিকিছো, যাক সাধাৰণ ঘাতাংক হিচাপে জনা যায়। 1 তকৈ ডাঙৰ নাইবা সমান নাইবা সৰু ধনাত্মক সংখ্যাৰ দুটা অংশ থাকে, প্রথম অংশটো অখণ্ড অংশ আৰু দ্বিতীয় অংশটো দশমিক অংশ । অখণ্ড অংশটোক পূর্ণক (Characteristic) আৰু দশমিক অংশটোক অংশক (Mantissa) বোলে । এটা সংখ্যাৰ ঘাতাংকৰ পূর্ণক সহজে নির্ণয় কৰিব পাৰি কিন্তু তাৰ অংশক নির্ণয় কৰিবলৈ ঘাতাংক তালিকা (log-table) ৰ প্রয়োজন হয়।



৬.৫ অধিক জানিবলৈ

1) Business Mathematics, Gazi Zameeruddin, V. K. Khanna and S.K. Bhambri, Vikas Publishing Pvt. Ltd., Second Reprint, 1995

2) Business Mathematics, Dr. P.L. Hazarika, S.Chand.



৩.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ১

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) শুদ্ধ (খ) অশুদ্ধ (গ) শুদ্ধ (ঘ) অশুদ্ধ (ঙ) শুদ্ধ

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (খ) a < x

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ 1, 2, 3.9404 $\frac{n}{n-1}$, $\frac{1}{2}$

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ - ২

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) - 4 (খ) 4.5051 (গ) 3.8274

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (ক) 2.3617 (খ) 1.6627



৬.৭ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ যদি $a = b^x = c^y = d^z$, প্ৰমাণ কৰক যে $\log_a(abcd) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

প্ৰশ্ন ২ঃ সমাধান কৰক ঃ $\frac{\log(1-x)}{\log x} = 2$

প্ৰশ্ন ৩ঃ প্ৰমাণ কৰক যে $\log_5 2$ অপৰিমেয়

প্ৰশ্ন ৪ঃ মান নিৰ্ণয় কৰক ঃ $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{64}\right)$ আৰু $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 8$

প্ৰশ্ন ৫ঃ যদি $\log_{10} 8.72 = 0.9405$ তেন্তে $\log_{10} 87200$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰক

প্ৰশ্ন ৬ঃ সমাধান কৰক ঃ

(ক) $\log_2(2x+1) - \log_2(3x-1) = 2$

(খ) $\log_{10}(3x+2) - \log_{10}(x-1) = 1$

প্ৰশ্ন ৭ঃ প্ৰমাণ কৰক যে

(i) $(\log)^2 - (\log b)^2 = (\log ab).\log\left(\frac{a}{b}\right)$

(ii) $\log\frac{81}{8} - 2\log\frac{3}{2} + 3\log\frac{2}{3} + \log\frac{3}{4} = 0$

(iii) $\log 2 + 16\log\frac{16}{15} + 12\log\frac{25}{24} + 7\log\frac{81}{80} = 1$

প্ৰশ্ন ৮ঃ যদি $a^{2x-3}.b^{2x} = a^{6-x}.b^{5x}$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰক যে $3\log a = x\log\frac{a}{b}$

প্ৰশ্ন ৯ঃ দেখুৱাক যে $x^{\log y - \log z} y^{\log z - \log x} z^{\log x - \log y} = 1$

প্ৰশ্ন ১০ঃযদি $\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{3\sqrt{10}} x = 27$ তেন্তে x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰক ।

প্ৰশ্ন ১১ঃসৰল কৰক ঃ $\log_a b \log_b c \log_c d \log_d a$

*** ***** ***