অধ্যায় ১৪ ঃ প্রথম ক্রম আৰু প্রথম মাত্রাৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণ সমাধান (PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION)

অধ্যায় গাঁথনি

১৪.১ উদ্দেশ্য

১৪.২ পৰিচয়

১৪.৩ প্রথম ক্রম আৰু প্রথম মাত্রাৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান

১৪.৪ অধ্যায়টোৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

১৪.৫ অধিক জানিবলৈ

১৪.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১৪.৭ আৰ্হি প্রশ্ন

১৪.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টো অধ্যয়ন কৰি আপুনি—

- প্রথম ক্রম আৰু প্রথম মাত্রাৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰিব

১৪.২ পৰিচয়

ত্রয়োদশ অধ্যায়ত, আমি আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ বিষয়ে জানিব পাৰিলো। আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ গঠন পদ্ধতিৰ বিষয়েও আগৰ অধ্যায়ত অধ্যয়ন কৰা হ'ল। এতিয়া এই অধ্যায়ত প্রথম ক্রম আৰু প্রথম মাত্রাৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সমাধানৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

১৪.৩ প্রথম ক্রম আৰু প্রথম মাত্রাৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান

এটা অৱকল সমীকৰণত মাত্র $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ আৰু $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ নিহিত হৈ থাকিলে আৰু ইয়াতকৈ উচ্চ ক্রমৰ নাথাকিলে, সমীকৰণটোক প্রথম মাত্রাৰ বুলি কোৱা হয়। যদি p আৰু q ৰ মাত্রা এক হয়, তেনেহ'লে ইয়াক প্রথম ক্রমৰ ৰৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণ বুলি কোৱা হয়।

$Pp + Qq = R$ লোৱা হ'ল, য'ত P, Q আৰু R হ'ল x, y আৰু পৰতন্ত্র চলক z অৰ ফলন।

$Pp + Qq = R$ সমাধানৰ কার্যকৰী বিধি

$\therefore$ সমাধানটো হ'ল $f\left(\frac{x-y}{y-z}, \frac{y-z}{z-x}\right)=0$.

উদাহৰণ 11 ঃ সমাধান কৰক $y^2 p - xyq = x(z-2y)$

সমাধান ঃ সহায়ক সমীকৰণকেইটা হ'ল

$$\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{-xy} = \frac{dz}{x(z-2y)}$$

প্ৰথম দুটাৰ পৰা আমি পাওঁ

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{-x}$$

বা $xdx + ydy = 0$

অনুকলন কৰি আমি পাওঁ $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{C_1}{2}$

আৰু $x^2 + y^2 = C_1$

আৰু $\frac{dy}{-y} = \frac{dz}{z-2y}$

বা $-2ydy + zdy + ydz = 0$

বা $-y^2 + yz = C_2$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সমাধান হ'ল $yz - y^2 = f\left(x^2 + y^2\right)$

উদাহৰণ 12 ঃ সমাধান কৰক $xzp + yzq = xy$

সমাধান ঃ সহায়ক সমীকৰণকেইটা হ'ল $\frac{dx}{xz} = \frac{dy}{yz} = \frac{dz}{xy}$

প্ৰথম দুটাৰ পৰা $\frac{dx}{xz} = \frac{dy}{yz} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$

অনুকলন কৰি আমি পাওঁ $\log x = \log y + \log C_1$

বা $\frac{x}{y} = C_1$

সেইদৰে শেহৰ দুটাৰ পৰা $\frac{y}{z} = C_2$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সমাধান হ'ল $\phi\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)=0$.

উদাহৰণ 13 ঃ সমাধান কৰক $\frac{y^2 z}{x} p + xzq = y^2$

সেইদৰে আমি গুণনীয়কৰ আন এটা সংগ্রহ (l_1, m_1, n_1) লওঁ। ইয়াৰ পৰা পাম, $v = C_2$.
গতিকে নির্ণেয় সমাধান হ'ল $f(u, v) = 0$.

উদাহৰণ 15 ঃ সমাধান কৰক $\frac{y-z}{yz}p + \frac{z-x}{zx}q = \frac{x-y}{xy}$

সমাধান ঃ প্রদত্ত সমীকৰণটো এনেদৰে লিখিব পাৰি

$(xy - zx)p + (yz - xy)q = xz - yz$

সহায়ক সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{dx}{xy-zx} = \frac{dy}{xy-zx} = \frac{dz}{yz-xy} = \frac{dx+dy+dz}{0}$$

$$= \frac{\frac{1}{x}dx + \frac{1}{y}dy + \frac{1}{z}dz}{0}$$

এতিয়া, $dx + dy + dz = 0 \Rightarrow x + y + z = C_1$

আৰু $\frac{1}{x}dx + \frac{1}{y}dy + \frac{1}{z}dz = 0 \Rightarrow \log x + \log y + \log z = \log C_2$

$$\Rightarrow xyz = C_2$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান হ'ল $\phi(x + y + z, xyz) = 0$

উদাহৰণ 16 ঃ সমাধান কৰক $(mz - ny)\frac{\partial z}{\partial x} + (nx - lz)\frac{\partial z}{\partial y} = (ly - mx)$

সমাধান ঃ দিয়া আছে $(mz - ny)\frac{\partial z}{\partial x} + (nx - lz)\frac{\partial z}{\partial y} = (ly - mx)$

ইয়াত সহায়ক সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{dx}{mz-ny} = \frac{dy}{nx-lz} = \frac{dz}{ly-mx}$$

x, y, z গুণনীয়কৰ সহায়ত আমি পাওঁ

প্রত্যেক ভগ্নাংশ $= \frac{xdx + ydy + zdz}{x(mz-ny) + y(nx-lz) + z(ly-mx)} = \frac{xdx + ydy + zdz}{0}$

$$\therefore xdx + ydy + zdz = 0 \quad \ldots (1)$$

অনুকলন কৰি আমি পাওঁ $x^2 + y^2 + z^2 = C_1 \quad \ldots (2)$

আকৌ l, m, n গুণনীয়কৰ সহায়ত আমি পাওঁ



১৪.৫ অধিক জানিবলৈ

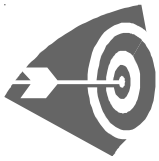
(a) Bhamra. K. S. Partial Differential Equations : An Introductory Treatment with Applications. PHL Learning Private Limited, New Delhi - 110001.

(b) Amaranasth, T. Partial Differential Equations, 2nd edition, Jones and Bartlett Publishers.

(c) C. Evans, Lawrence. Partial Differential Equations, 2nd edition, American Mathematical Society.

(d) Ioannis P Stavroulakis and Stepan A Tersia. Partial differential Equations : An Introduction with Mathematica and Maple, 2nd edition, World scientific Publishing Co. Pt. Ltd, 2004.

(e) Donald Greenspan. Introduction to Partial Differential Equation, Mc Graw Hill, Inc.



১৪.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতি নিৰীক্ষণ ৩

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (a) ইয়াত সহায়ক সমীকৰণকেইটা হ'ল

$$\frac{dx}{-x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z} \quad \ldots (1)$$

(1) অৰ শেহৰ দুটাৰ পৰা $\frac{dx}{-x} = \frac{dy}{y}$

$$\text{বা} \quad -\log x = \log y - \log C_1$$

$$\text{বা} \quad \log x + \log y = \log C_1$$

$$\text{বা} \quad \log xy = \log C_1$$

$$\text{বা} \quad xy = C_1 \quad \ldots (2)$$

(1) অৰ শেহৰ দুটাৰ পৰা $\frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$

প্রত্যেক ভগ্নাংশ $= \dfrac{\dfrac{dx}{x^2}+\dfrac{dy}{y^2}+\dfrac{dz}{z^2}}{0}$

$\therefore \dfrac{dx}{x^2}+\dfrac{dy}{y^2}+\dfrac{dz}{z^2}=0$

অনুকলন কৰি, আমি পাওঁ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=C_1$ ... (1)

আকৌ $\dfrac{1}{x},\dfrac{1}{y},\dfrac{1}{z}$ গুণনীয়ক ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ

প্রত্যেক ভগ্নাংশ $= \dfrac{\dfrac{dx}{x}+\dfrac{dy}{y}+\dfrac{dz}{z}}{0}$

$\therefore \dfrac{dx}{x}+\dfrac{dy}{y}+\dfrac{dz}{z}=0$

অনুকলন কৰি আমি পাওঁ $\log x+\log y+\log z=\log C_2$

বা $\log xyz=\log C_2$

বা $xyz=C_2$ ... (2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা,

$f\left(xyz,\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)=0$ এইটোৱেই নির্ণেয় সমাধান।

(d) প্রদত্ত সমীকৰণটোক এনেদৰে লিখিব পাৰি

$$zxp-zyq=y^2-x^2$$

ইয়াত সহায়ক সমীকৰণকেইটা হ'ল $\dfrac{dx}{zx}=\dfrac{dy}{-zy}=\dfrac{dz}{y^2-x^2}$ ... (1)

x, y, z গুণনীয়ক ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ

প্রত্যেক ভগ্নাংশ $= \dfrac{xdx+ydy+zdz}{0}$

$\therefore xdx+ydy+zdz=0$

অনুকলন কৰি, আমি পাওঁ $x^2+y^2+z^2=C_1$ ... (2)

প্রথম দুটাৰ পৰা $ydx+xdy=0$

বা $d(xy)=0$

বা $xy=C_2$ ... (3)

(e) $\left(y^2+z^2\right)p-xyq=-3x$

(f) $y^2p-xyq=x\left(z-2y\right)$

(g) $p+3q=5z+\tan\left(y-3x\right)$

(h) $x^2p+y^2q=nxy$

(i) $\left(x^2-y^2-z^2\right)p+2xyq=2xz$

(j) $\left(z^2-2yz-y^2\right)p+\left(xy+zx\right)q=xy-zx$.

*** ***** ***