GMA S6-01
Exam. Code: MAP6A

বলবিজ্ঞান আৰু পৰিসংখ্যাৰ উপাদান

ষষ্ঠ ছেমিষ্টাৰ

গণিত

খণ্ড ঃ ১



কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

বিষয় বিশেষজ্ঞ

ড° দিলীপ কুমাৰ শর্মা, কটন মহাদ্যিালয়, গুৱাহাটী
অধ্যাপক নন্দৰাম দাস, গণিত বিভাগ, গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়

সমন্বয়ৰক্ষীঃ হৰেকৃষ্ণ ডেকা, কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

প্রস্তুতি গোটৰ সদস্য

অধ্যায়	*অৰিহণা যোগাইছে*	*ভাষান্তৰকাৰী*
১, ২, ৩, ৪,	ড° দিলীপ কুমাৰ শর্মা	অধ্যায় ১, ২, ৩, ৪,৫,৬
৫, ৬	কটন মহাবিদ্যালয়, গুৱাহাটী	ড° দিলীপ কুমাৰ শর্মা

সম্পাদনাঃ

বিষয়বস্তু সম্পাদনা ঃ ড° দীপক কুমাৰ শর্মা, কটন মহাবিদ্যালয়

গাঁথনিক সম্পাদনা ঃ হৰেকৃষ্ণ ডেকা, কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

জানুৱাৰী, ২০২০

ISBN: 978-93-89559-99-6

© কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ৰ দ্বাৰা সর্বস্বত্ব সংৰক্ষিত।

This Self Learning Material (SLM) of the Krishna Kanta Handiqui State Open University is made available under a Creative Commons Attribution-Non Commercial-Share Alike 4.0 License (international): http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ৰ হৈ পঞ্জীয়কৰ দ্বাৰা মুদ্রিত আৰু প্রকাশিত।

মুখ্য কার্যালয় ঃ পাটগাঁও, ৰাণী গেট, গুৱাহাটী - ৭৮১ ০১৭; Web : www.kkhsou.in
উপ-মুখ্য কার্যালয় ঃ হাউচফেড কমপ্লেক্স, দিচপুৰ, গুৱাহাটী - ৭৮১ ০০৬

এই শিক্ষণ সামগ্রী প্রস্তুতিৰ বাবে আর্থিক অনুদান আগবঢ়োৱা
দূৰ শিক্ষা ব্যুৰো, বিশ্ববিদ্যলয় অনুদান আয়োগৰ ওচৰত বিশ্ববিদ্যালয় কৃতজ্ঞ।

পাঠ্যবিষয় পৰিচয়

'বল বিজ্ঞান আৰু পৰিসংখ্যাৰ উপাদান' হ'ল স্নাতক (কলা) গণিত বিষয়ৰ ষষ্ঠ পাঠ্যবিষয়। এই পাঠ্যবিষয়টি দুটা খণ্ডত ভাগ কৰা হৈছে। প্ৰথম খণ্ডটি ছটা আৰু দ্বিতীয় খণ্ডটি আঠটা অধ্যায়েৰে গঠিত।

প্ৰথম খণ্ডত বল বিজ্ঞানৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব। তদুপৰি, এই খণ্ডটিত বল, বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ বল, সামতলিক বল, লাসিৰ উপপাদ্য, সমান্তৰাল বল, ঘৰ্ষন ইত্যাদিৰ বিষয়ে বিশদভাৱে আলোকপাত কৰা হ'ব। শেষত, নিউটনৰ গতিবিধি আৰু সৰল পৰ্য্যবৃত্ত গতিৰ বিষয়ে এই খণ্ডটিত আলোচনা কৰা হ'ব।

দ্বিতীয় খণ্ডটিত পৰিসংখ্যা উপাদানৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব। এই খণ্ডটিত কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ, প্ৰসাৰৰ মাপ, ঘুৰ্নক, অপ্ৰতিসাম্য আৰু ককুদতা বিষয়ে জানিব পাৰিব।

সম্ভাৱিতা, চৰ্তসাপেক্ষে সম্ভাৱিতা বিষয়েও এই খণ্ডটিত আলোচনা কৰা হ'ব। শেষত, যাদৃচ্ছিক চলক, সম্ভাৱিতা বণ্টন আৰু তাত্ত্বিক বণ্টন সম্বন্ধে এই খণ্ডটিত জানিব পাৰিব।

খণ্ড পৰিচয়

এই খণ্ডটি'বল বিজ্ঞান আৰু পৰিসংখ্যাৰ উপাদান'পাঠ্যবিষয়টিৰ প্ৰথম খণ্ড। এই খণ্ডটি সৰ্বমুঠ ছটা অধ্যায়েৰে গঠিত।

এই পাঠ্যক্ৰমৰ প্ৰথম অধ্যায়টিত বল আৰু বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ বলৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

দ্বিতীয় অধ্যায়টিত সামতলিক বলৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব। এই অধ্যায়টিত লামিৰ উপপাদ্য বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

তৃতীয় অধ্যায়ত ভ্ৰামক আৰু বলযুগ্ম বিষয়ে জানিব পাৰিব।

চতুৰ্থ অধ্যায়ত ঘৰ্ষণ আৰু ঘৰ্ষণৰ প্ৰকাৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

পঞ্চম অধ্যায়টিত 'কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান' আৰু আনুষংগিক পদ কিছুমানৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব। আপেক্ষিক বেগ, ধ্ৰুৱক ধৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি আৰু নিউটনৰ গতিবিধিৰ বিষয়েও এই অধ্যায়টিত আলোচনা কৰা হ'ব।

সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ বিষয়ে ষষ্ঠ অধ্যায়টিত আলোচনা কৰা হৈছে।

এই পাঠ্যবিষয়টি অধ্যয়ন কৰোতে মূল পাঠত 'জানি থোৱা ভাল' বাকচবোৰৰ মূল পাঠৰ সৈতে জড়িত কিছু গুৰুত্বপূৰ্ণ তথ্যৰ সম্ভেদ আছে। প্ৰতিটো অধ্যায়ত থকা 'অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ' যোগে আগবঢ়োৱা প্ৰশ্নাৱলীয়ে অধ্যয়নৰ অগ্ৰগতি সম্পৰ্কে স্ব-পৰীক্ষণৰ সুবিধা দিব। অধ্যয়নৰ লগে লগে উক্ত প্ৰশ্নাৱলীৰ উত্তৰসমূহ লিখি শেষত দিয়া 'অগ্ৰগতিৰ খতিয়ানে'ৰ সৈতে ৰিজাই চোৱাটো অধিক লাভদায়ক হ'ব। অধ্যায়বোৰৰ শেষত 'আৰ্হি প্ৰশ্ন' হিচাপে কেইটিমান প্ৰশ্নৰ আৰ্হিও তুলি দিয়া হৈছে।

বিষয় সূচী

পৃষ্ঠা নং

অধ্যায় ১ ঃ **বল** ৫-২৫
বল, বিভিন্ন প্রকাৰৰ বল, এটা কণিকাত ক্রিয়া কৰা দুটা বলৰ লব্ধৰ মান আৰু দিশ।

অধ্যায় ২ ঃ **সামতলিক বল** ২৬-৪২
লামিৰ উপপাদ্য, একাধিক একসমতলীয় বলৰ অধীনত কণিকাৰ সাম্যাৱস্থা, সমান্তৰাল বল, বলযুগ্ম, ঘর্ষণ।

অধ্যায় ৩ ঃ ভ্রামক আৰু বলযুগ্ম ৪৩-৪৯
এটা বিন্দুৰ সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামক, বলযুগ্ম

অধ্যায় ৪ ঃ ঘর্ষণ ৫০-৫৪
সংজ্ঞা, ঘর্ষণৰ প্রকাৰ, ঘর্ষণৰ বিধি।

অধ্যায় ৫ ঃ **কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান** ৫৫-৭৭
কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান আৰু আনুষংগিক পদ, আপেক্ষিক বেগ, কৌণিক বেগ, ধ্রুৱক ত্বৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি, নিউটনৰ গতি বিধি।

অধ্যায় ৬ ঃ **সৰল পর্যাবৃত্ত গতি আৰু আনুষংগিক সমস্যা** ৭৮-৯৫
সৰল পর্যাবৃত্ত গতি, সৰল পর্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা, সৰল দোলকৰ গতি।

অধ্যায় ১ ঃ বল

অধ্যায় গাঁথনি

১.১ উদ্দেশ্য
১.২ পৰিচয়
১.৩ বল
১.৪ বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ বল
১.৫ এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰা দুটা বলৰ লব্ধৰ মান আৰু দিশ
১.৬ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ
১.৭ অধিক জানিবলৈ
১.৮ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান
১.৯ আৰ্হি প্ৰশ্ন

১.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- বলৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ বলৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰা বলসমূহৰ লব্ধৰ মান আৰু দিশ সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

১.২ পৰিচয়

বলবিজ্ঞান (Mechanics) ভৌতিক বিজ্ঞানসমূহৰ প্ৰাচীনতম। চাৰিও পিনৰ বস্তুসমূহৰ স্থিৰাৱস্থা বা গতিৰ বিষয়ে ইয়াত আলোচনা কৰা হয়। বলবিজ্ঞান দুই ধৰণৰ,— স্থিতিবিজ্ঞান (statics) আৰু গতিবিজ্ঞান (Dynamics)। স্থিতিবিজ্ঞানক বস্তুৰ স্থিৰাৱস্থাৰ বা সাম্যাৱস্থাৰ বিজ্ঞান বুলিব পাৰি। আনহাতেদি গতিবিজ্ঞান তথা গতিবিজ্ঞানত প্ৰধান মৌলিক ধাৰণা হ'ল বল। এই অধ্যায়ত আমি বল আৰু ইয়াৰ বিভিন্ন প্ৰকাৰ সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম। লগতে এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰা বলসমূহৰ লব্ধৰ মান আৰু দিশ নিৰ্ণয় কৰিম।

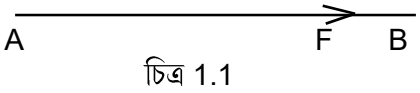
১.৩ বল

কোনো বস্তুৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা যি কাৰকে বস্তুটোৰ স্থিৰাৱস্থা বা সৰল ৰেখাও সুষম গতি সলায় বা সলাবলৈ প্ৰয়াস কৰে, তাক বল (force) বুলি কোৱা হয়।

বল এটাৰ তিনিটা বৈশিষ্ট্য আছে, যথা, (i) মান, (ii) দিশ, (iii) ক্ৰিয়া বিন্দু।

বল এটাৰ দিশ আৰু মান দুয়োটাই আছে। গতিকে বল এটা ভেক্টৰ ৰাশি।

ধৰা হ'ল $\overrightarrow{AB}$ এ বল F বুজায়। ই এটা নির্দিষ্ট বস্তুত ক্রিয়া কৰি আছে। AB দৈর্ঘই বলটোৰ মান বুজায়। কাঁড় চিনে বলটোৰ দিশ বুজায়। AB ৰেখাখণ্ডৰ আদি বিন্দু A য়ে বলটোৰ ক্রিয়া বিন্দু বুজায়। বলটোৰ দিশৰ ৰেখাডালক ক্রিয়াৰেখা বোলা হয়।



চিত্র 1.1

মাপৰ একক

ভৌতিক ৰাশি জুখিবলৈ এককৰ বিভিন্ন পদ্ধতি আছে, যথা,

(i) CGS (centimentre-gram-second) পদ্ধতি,

(ii) MKS (metre-kilogram-second) পদ্ধতি,

(iii) FPS (foot-pound-second) পদ্ধতি।

MKS পদ্ধতি হ'ল CGS পদ্ধতিৰ সম্প্রসাৰণ। আজিকালি সমগ্র পৃথিৱীত এইটো ব্যৱহৃত হয়।

বিভিন্ন পদ্ধতি তলত দেখুওৱা হ'ল।

	ভৰ (Mass)	দৈর্ঘ্য (Length)	সময় (Time)	বল (Force)
CGS	gram (g)	Centimetre (cm)	second (s)	Dyne
MKS	kilogram (kg)	metre (m)	Second (s)	Newton (N)
FPS	pound (lb)	foot (ft)	Second (s)	Poundal (lb. wt.)

১.৪ বিভিন্ন প্রকাৰৰ বল

(i) আকর্ষণ আৰু বিকর্ষণ

বস্তুৰ প্রকৃত স্পর্শ বা কোনো দৃশ্যমান মাধ্যম অবিহনে টনা (pull) বা ঠেলা (push) ক ক্রমে আকর্ষণ (attraction) বা বিকর্ষণ (repulsion) বোলা হয়।

উদাহৰণ ঃ পৃথিৱীৰ আকর্ষণ, চুম্বকৰ আকর্ষণ বা বিকর্ষণ।

যি বলেৰে পৃথিৱীয়ে এটা বস্তুক আকর্ষণ কৰে তাক বস্তুটোৰ ওজন (weight) বোলে।

(ii) টান আৰু হেঁচা

যদি এটা বস্তু এডাল ষ্ট্রিঙেৰে টনা হয়, ষ্ট্রিংডালত সঞ্চালিত হোৱা বলক টান (tension) বুলি কোৱা হয়।

যদি এটা বস্তু এডাল দণ্ডেৰে (rod) ঠেলা হয়, দণ্ডডালত সঞ্চালিত হোৱা বলক হেঁচা (thrust) বোলে।

(iii) ক্রিয়া আৰু প্রতিক্রিয়া

যদি এটা বস্তুৱে আন এটা বস্তুৰ ওপৰত বল সঞ্চালন কৰে, দ্বিতীয় বস্তুটোৱেও প্রথম

বস্তুটোত এটা বল সঞ্চালন কৰে। এই বল দুটাৰ মান একে, কিন্তু দিশ বিপৰীত। তদুপৰি, বল দুটাৰ ক্ৰিয়া ৰেখা একে। গতিকে ক্ৰিয়া (action) আৰু প্ৰতিক্ৰিয়া (reaction) সমান আৰু বিপৰীত।

(iv) ঘৰ্ষণ

দুটা বস্তুৰ এটা বা দুয়োটাই খহটা (rough) এটা আনটোৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি বা বাগৰি গ'লে গতিৰ বিপৰীত দিশত বাধাৰ সৃষ্টি হয়। ঘৰ্ষণ (friction) হ'ল সেই বল যিটোৱে এটাক আনটোৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি বা বাগৰি যোৱাত বাধা দিয়ে।

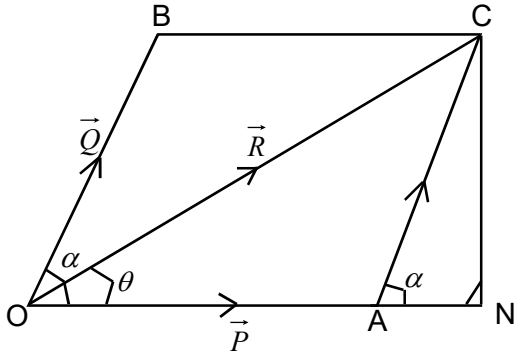
বলৰ সামান্তৰিক

যদি দুটা বা ততোধিক বলে এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰে, সিহঁতৰ মুঠ প্ৰভাৱ (effect) সদায় এটা বলৰ সমতুল্য। এই বলটোক বলসমূহৰ লব্ধ (resultant) বোলে। যদি দুটা বলে এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰে, বলৰ সামান্তৰিক বিধিৰ সহায়ত লব্ধ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। এইটো স্থিতি বিজ্ঞানৰ মৌলিক উপপাদ্য।

বলৰ সামান্তৰিক বিধি

যদি এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা দুটা বলক সেই বিন্দুটোৰ পৰা টনা এটা সামান্তৰিকৰ দুটা বাহুৰ দ্বাৰা মান আৰু দিশত ৰূপায়িত কৰিব পাৰি। সিহঁতৰ লব্ধক সেই বিন্দুটোৰ পৰা টনা সামান্তৰিকটোৰ কৰ্ণৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰিব পাৰি।

অৰ্থাৎ যদি O বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা $\vec{P}$ আৰু $\vec{Q}$ বল দুটাক ক্ৰমে $\overrightarrow{OA}$ আৰু $\overrightarrow{OB}$ ৰ দ্বাৰা মান আৰু দিশত ৰূপায়িত কৰিব পাৰি, সিহঁতৰ লব্ধ $\vec{R}$ অক O ৰ পৰা টনা কৰ্ণ $\overrightarrow{OC}$ ৰে ৰূপায়িত কৰিব পাৰি। অৰ্থাৎ $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \quad \left(\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}\right)$



চিত্ৰ 1.2

১.৫ এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰা দুটা বলৰ লব্ধৰ মান আৰু দিশ

ধৰা হ'ল P আৰু Q বল দুটাই এটা বস্তুৰ O বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α ।

ধৰা হ'ল $\overrightarrow{OA}$ আৰু $\overrightarrow{OB}$ এ P আৰু Q বল বুজায়। OACB সামান্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল।

বলৰ সামান্তৰিক বিধিৰ পৰা, $\overrightarrow{OC}$ কৰ্ণই মান আৰু দিশত লব্ধ R বুজাব। ধৰা হ'ল লব্ধৰ ক্ৰিয়াৰেখাই P বলৰ ক্ৰিয়াৰেখাৰ লগত Q কোণ কৰে।

প্ৰথম ক্ষেত্ৰ ঃ α এটা সূক্ষ্ম কোণ

C ৰ পৰা বৰ্ধিত OA ৰ ওপৰত CN লব্ধ টনা হ'ল।

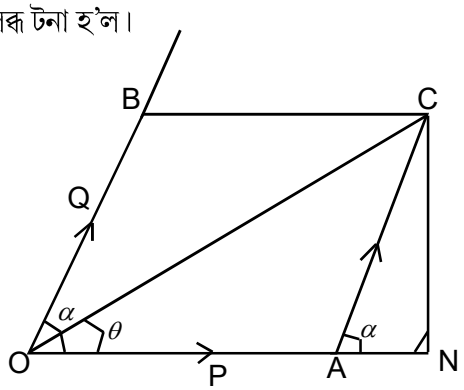
চিত্ৰৰ পৰা,

$\angle CAN = \angle BOA = \alpha$

CNA সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা

$$\sin\angle CAN = \frac{CN}{AC}$$

$$\cos\angle CAN = \frac{AN}{AC}$$



চিত্ৰ 1.3

$\therefore\ CN = AC\sin\angle CAN = OB\sin\angle CAN$

$\therefore\ CN = Q\sin\alpha$

$AN = AC\cos\angle CAN = OB\cos\angle CAN$

$\therefore\ AN = Q\cos\alpha$

$\therefore$ ON = OA + AN = P + Q $\cos\alpha$

এতিয়া ONC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা

$OC^2 = ON^2 + CN^2$

or, $R^2 = (P + Q\cos\alpha)^2 + Q^2\sin^2\alpha$

or, $R^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2\sin^2\alpha$

$\therefore\ R^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$ (i) ($\because \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$)

(1)অৰ পৰা আমি লব্ধ R অৰ মান পাওঁ।

আকৌ ONC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা

$$\cos\theta = \frac{ON}{OC} = \frac{P + Q\cos\alpha}{R} \text{ i.e. } R\cos\theta = P + Q\cos\alpha$$

$$\sin\theta = \frac{CN}{OC} = \frac{Q\sin\alpha}{R} \text{ i.e. } \therefore R\sin\theta = Q\sin\alpha \quad \ldots (2)$$

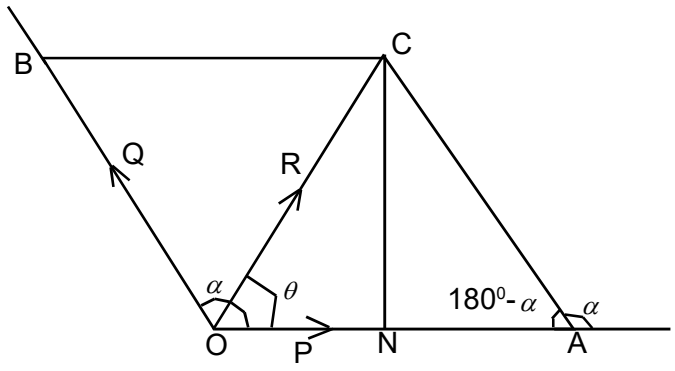
(2)ৰ পৰা আমি লব্ধ R অৰ দিশ পাওঁ।

আকৌ, (2)ৰ পৰা $\tan\theta = \dfrac{\theta\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰ ঃ α এটা স্থূল কোণ

Cৰ পৰা OA ৰ ওপৰত CN লব্ধ টনা হ'ল।

চিত্রৰ পৰা, $\angle CAN = 180^0 - \alpha$



চিত্ৰ 1.4

CNA সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা $\sin\angle CAN = \frac{CN}{AC}$

$$\cos\angle CAN = \frac{AN}{AC}$$

$\therefore\ CN = AC\sin\angle CAN = OB\sin(180^0 - \alpha) = Q\sin\alpha$

$AN = AC\cos\angle CAN = OB\cos(180^0 - \alpha) = Q\cos\alpha$

$\therefore\ ON = OA - NA = P - (-Q\cos\alpha) = P + Q\cos\alpha$

ONC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা

$OC^2 = ON^2 + CN^2$

or $R^2 = (P + Q\cos\alpha)^2 + Q^2\sin 2\alpha$

$\therefore\ R^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$ . . . (1)

(1)অৰ পৰা আমি লব্ধ R অৰ মান পাওঁ।

আকৌ, ONC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা

$\cos\theta = \frac{ON}{OC} = \frac{P + Q\cos\alpha}{R}$ অৰ্থাৎ, $R\cos\theta = P + Q\cos\alpha$

$\sin\theta = \frac{CN}{OC} = \frac{Q\sin\alpha}{R}$ অৰ্থাৎ, $R\sin\theta = Q\sin\alpha$ . . . (2)

(2)ৰ পৰা আমি লব্ধ R অৰ দিশ পাওঁ।

আকৌ (2)ৰ পৰা, $\tan\theta = \frac{\theta\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

অনুসিদ্ধান্ত

1. যদি $\alpha = 0$, অৰ্থাৎ, যদি বল দুটাই একে সৰলৰেখাত একে দিশত ক্ৰিয়া কৰে, তেনেহ'লে

(1) অৰ পৰা

$R^2 = P^2 + 2PQ\cos 0 + Q^2 = P^2 + 2PQ + Q^2$

$= (P+Q)^2$

$\therefore\ R = P+Q$

অর্থাৎ, লব্ধৰ মান = বল দুটাৰ মানৰ যোগফল।

এই ক্ষেত্ৰত, লব্ধৰ মান সৰ্বোচ্চ।

2. যদি $\alpha = 180^0$, অর্থাৎ, যদি বল দুটাই একে সৰল ৰেখাত বিপৰীত দিশত ক্ৰিয়া কৰে, গতিকে (1)অৰ পৰা,

$R^2 = P^2 + 2PQ\cos 180^0 + Q^2$

$= P^2 - 2PQ + Q^2 = (P \sim Q)^2$

$\therefore\ R = P \sim Q$

অর্থাৎ, লব্ধৰ মান = বল দুটাৰ মানৰ অন্তৰফল।

এই ক্ষেত্ৰত, লব্ধৰ মান সৰ্বনিম্ন।

3. যদি P = Q, অর্থাৎ, যদি বল দুটাৰ মান সমান হয়, তেনেহ'লে, (1) অৰ পৰা

$R^2 = P^2 + 2P^2\cos\alpha + P^2$

$= 2P^2(1+\cos\alpha) = 4P^2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$\therefore\ R = 2P\cos\frac{\alpha}{2}$

আকৌ, (3)ৰ পৰা,

$$\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{Q+Q\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$= \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \tan\frac{\alpha}{2}$$

অর্থাৎ, $\theta = \frac{\alpha}{2}$

অর্থাৎ, যদি বল দুটাৰ মানসমান হয়, লব্ধই বল দুটাৰ মাজৰ কোণক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

4. যদি $\alpha = 90^0$, অর্থাৎ, যদি বল দুটা পৰস্পৰ লম্ব হয়, তেনেহ'লে (1)অৰ পৰা

$$R^2 = P^2 + 2PQ\cos 90^0 + Q^2 = P^2 + Q^2$$

অর্থাৎ, $R = (P^2+Q^2)^{\frac{1}{2}}$

আকৌ, (3)ৰ পৰা

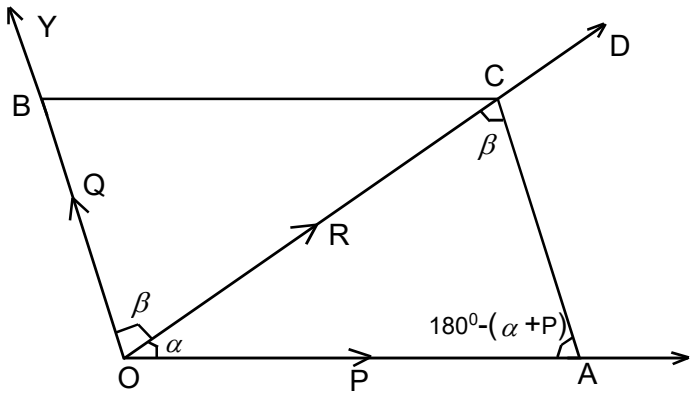
$$\tan\theta = \frac{Q}{P}$$

টোকা ঃ P আৰু Q ক R বলৰ উপাংশ বল বা উপাংশ (component forces or components) বোলা হয়।

উপাংশ আৰু বিভেদিত অংশ

বল R দিয়া আছে। ই O বিন্দুত ODত ক্ৰিয়া কৰে। OD ৰ দুটা বেলেগ ফালে OX আৰু OY দুটা প্ৰদত্ত দিশ।

ধৰা হ'ল OD য়ে OX অৰ লগত α কোণ কৰে আৰু OY ৰ লগত β কোণ কৰে।



চিত্ৰ 1.5

ধৰা হ'ল OC এ বল R সম্পূৰ্ণৰূপে বুজায়। C বিন্দুৰ মাজেৰে, OX অৰ সমান্তৰালকৈ BC টনা হ'ল, আৰু AC ৰ সমান্তৰালকৈ OY টনা হ'ল। OACB সামান্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল। ধৰা হ'ল OA এ বল P সম্পূৰ্ণৰূপে বুজায় আৰু OB এ বল Q সম্পূৰ্ণৰূপে বুজায়। গতিকে, R অৰ উপাংশ P আৰু Q, আৰু P, Q ৰ লব্ধ R।

OAC ত্ৰিভুজৰ পৰা,

$$\frac{OA}{\sin\angle OCA} = \frac{AC}{\sin\angle AOC} = \frac{OC}{\sin\angle OAC}$$

বা, $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(180^0 - (\alpha+\beta))}$

বা, $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\alpha+\beta)}$

$$\therefore P = \frac{R\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$Q = \frac{R\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

দেখা গ'ল যে যদি R, α, β দিয়া থাকে, আমি P, Q সম্পূৰ্ণৰূপে নিৰ্ধাৰণ কৰিব পাৰোঁ।

নিগমন ঃ যদি $\alpha + \beta = 90^0$, তেনেহ'লে $\beta = 90^0 - \alpha$.

$$\therefore P = \frac{R\sin(90^0 - \alpha)}{\sin 90^0} = R\cos\alpha$$

$Q = R\sin\alpha$.

$R\cos\alpha$ আৰু $R\sin\alpha$ অক R বলৰ বিভেদক অংশ (resolved parts or resolutes) বোলা হয়।

অনুসিদ্ধান্ত ঃ যদি $\alpha = 0$,

R cos α = R cos 0 = R

আৰু R sin α = R sin0 = 0

গতিকে আমি দেখিলোঁ যে এটা বলৰ নিজৰ দিশত বলটো নিজেই, আৰু ইয়াৰ লম্ব দিশত বিভেদিত অংশ হ'ল শূন্য।

উদাহৰণ 18N বলটোক এনে এটা দিশৰ লগত বিভেদন কৰক যাৰ লগত বলটোৱে 30^0 কোণ কৰে। প্ৰথম বলটোৰ লম্ব দিশতো বলটো বিভেদন কৰক।

সমাধান

প্ৰথম দিশত বিভেদিত অংশ = 18 cos30^{0}N

$$= 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} N = 9\sqrt{3}N$$

দ্বিতীয় দিশত বিভেদিত অংশ = 18 sin30^{0}N

$$= 18 \times \frac{1}{2} N = 9N$$

বিভেদিত অংশৰ উপপাদ্য

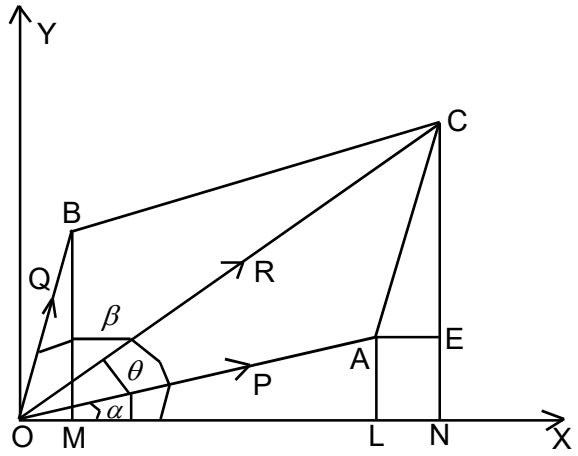
এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা দুটা বলৰ, সমতলখনৰ যিকোনো দিশত, বিভেদিত অংশৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি, সেই দিশত লব্ধৰ বিভেদিত অংশৰ সমান।

প্ৰমাণ ধৰা হ'ল P আৰু Q বল দুটাই এটা বস্তুৰ কোনো এটা বিন্দু P ত ক্ৰিয়া কৰে। ধৰা হ'ল $\overrightarrow{OA}$ আৰু $\overrightarrow{OB}$ এ ক্ৰমে বল P আৰু Q বুজায়। OACB সামান্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল। কৰ্ণ $\overrightarrow{OC}$ য়ে মান আৰু দিশত লব্ধ R বুজায়।

বলকেইটাৰ সমতলত OX আৰু OY পৰস্পৰ লম্ব দুটা দিশ।

ধৰা হ'ল P, Q, R এ OX দিশৰ লগত ক্ৰমে α, β, θৰ কোণ কৰে।

OX অৰ ওপৰত AL, BM, CN লম্ব টনা হ'ল আৰু CN অৰ ওপৰত AE লম্ব টনা হ'ল।



চিত্র 1.6

$\therefore$ OM = AE

OLA সমকোণী ত্রিভুজৰ পৰা

$$\cos\alpha = \frac{OL}{OA} \qquad \therefore\ OL = OA\cos\alpha$$

ONC সমকোণী ত্রিভুজৰ পৰা

$$\cos\theta = \frac{ON}{OC} \qquad \therefore\ ON = OC\cos\theta$$

OMB সমকোণী ত্রিভুজৰ পৰা

$$\cos\beta = \frac{OM}{OB} \qquad \therefore\ OM = OB\cos\beta$$

এতিয়া, ON = OL + LN

বা, ON = OL + AE

বা, ON = OL + OM

বা, OC $\cos\theta$ = OA$\cos\alpha$ + OB$\cos\beta$

অর্থাৎ, R$\cos\theta$ = P$\cos\alpha$ + Q$\cos\beta$

অর্থাৎ, OX অৰ দিশত R অৰ বিভেদিত অংশ

= OX অৰ দিশত P ৰ বিভেদিত অংশ + OX অৰ দিশত Q ৰ বিভেদিত অংশ

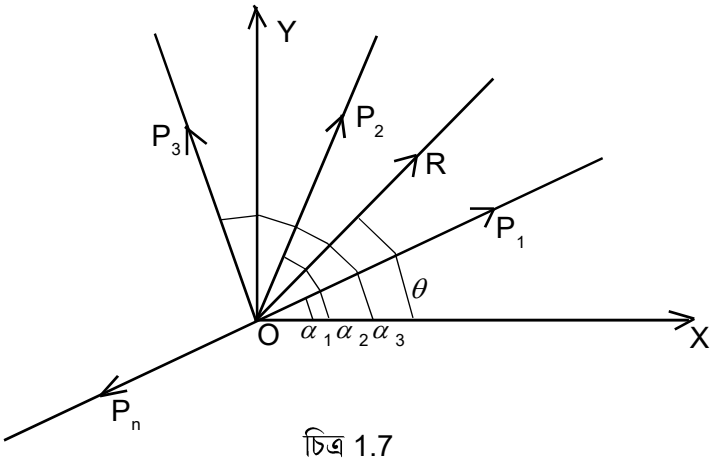
সম্প্রসাৰণ ঃ উপৰিউক্ত ফলটো সসীম সংখ্যক বললৈ সম্প্রসাৰণ কৰিব পাৰি। অর্থাৎ, এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা যিকোনো সংখ্যক বলৰ সমতলখনৰ যিকোনো দিশত বিভেদিত অংশৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি, সেই দিশত লব্ধৰ বিভেদিত অংশৰ সমান।

এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা সসীম সংখ্যক বলৰ লব্ধ

ধৰা হ'ল O বিন্দুত n সংখ্যক বল P_1, P_2, P_3, ..., P_n এ ক্রিয়া কৰি আছে।

বলকেইটাৰ সমতলত দুডাল পৰস্পৰ লম্ব ৰেখা OX আৰু OY লোৱা হ'ল।

ধৰা হ'ল P_1, P_2, P_3, ..., P_n বলকেইটাৰ ক্রিয়াৰেখাই OX অৰ লগত ক্রমে $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ... \alpha_n$ কোণ কৰে।



চিত্র 1.7

ধৰা হ'ল বলকেইটাৰ লব্ধ R আৰু ইয়াৰ ক্রিয়াৰেখাই OX অৰ লগত θ কোণ কৰে।

ধৰা হ'ল OX আৰু OY অৰ দিশত P_1, P_2, P_3, ..., P_n বলকেইটাৰ বিভেদিত অংশৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি ক্রমে X আৰু Y ।

গতিকে,

$$R\cos\theta = X = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 + ... + P_n\cos\alpha_n$$

$$R\sin\theta = Y = P_1\sin\alpha_1 + P_2\sin\alpha_2 + ... + P_n\sin\alpha_n$$

$$\therefore R_2 = X_2 + Y_2 \quad (1)$$

$$\tan\theta = \frac{Y}{X} \qquad (2)$$

(1)অৰ পৰা, আমি লব্ধৰ মান পাওঁ।

(2)ৰ পৰা, আমি লব্ধৰ দিশ পাওঁ।

টোকা ঃ এই ক্ষেত্রত X আৰু Y একেলগে শূন্য হ'ব নোৱাৰে। যদি X = 0, Y = 0, তেনেহ'লে R = 0, আৰু এই ক্ষেত্র বল প্রণালী সাম্যাৱস্থাত থাকিব।

উদাহৰণ 1 ঃ দুটা সমান মানৰ বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। সিহঁতৰ লব্ধৰ মানো বল দুটাৰ প্রত্যেকৰে মানৰ সমান। বল দুটাৰ মাজৰ কোণটো নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল বল দুটাৰ প্রত্যেকৰে মান P.

$\therefore$ লব্ধৰ মানো P.

ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α.

$\therefore P^2 = P^2 + P^2 + 2PP\cos\alpha$

অর্থাৎ, $1 + 2\cos\alpha = 0$

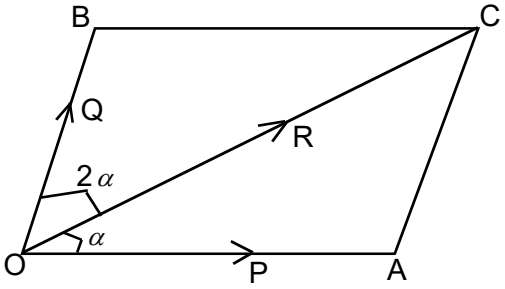
অর্থাৎ, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^0$

$\therefore$ বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 120^0.

উদাহৰণ 2 ঃ দুটা বলৰ মান P আৰু Q। বল দুটাৰ ক্ৰিয়া ৰেখাই সিহঁতৰ মাজৰ কোণক 1 : 2 অনুপাতত ভাগ কৰে। প্ৰমাণ কৰক যে সিহঁতৰ লব্ধৰ মান $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$.

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল P আৰু Q বল দুটাৰ মাজৰ কোণ θ.



চিত্ৰ 1.8

দিয়া আছে যে লব্ধই বল দুটাৰ মাজৰ কোণক 1 : 2 অনুপাতত ভাগ কৰে।

$\therefore$ যদি $\angle COA = \alpha,\ \angle COB = 2\alpha$

$\therefore \theta = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$

এতিয়া $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$

বা, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 3\alpha$

বা, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ(4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha)$

আকৌ, $\tan\alpha = \frac{Q\sin 3\alpha}{P + Q\cos 3\alpha}$

বা, $(P + Q\cos 3\alpha)\tan\alpha = Q\sin 3\alpha$

বা, $(P + Q(4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha))\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = Q(3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha)$

বা, $P\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2Q\sin\alpha$

বা, $\cos\alpha = \frac{P}{2Q}$

$\therefore R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\left(4\left(\frac{P}{2Q}\right)^3 - \frac{3P}{2Q}\right)$

$$= P^2 + Q^2 + \frac{P^4}{Q^2} - 3P^2$$

$$= \frac{P^2Q^2 + Q^4 + P^4 - 3P^2Q^2}{Q^2}$$

$$= \frac{P^4 + Q^4 - 2P^2Q^2}{Q^2}$$

$$= \frac{\left(P^2 - Q^2\right)^2}{Q^2}$$

$$\therefore \ R = \frac{P^2 - Q^2}{Q}$$

উদাহৰণ 3 ঃ এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা প্ৰদত্ত মাপৰ দুটা বলৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান ক্ৰমে P_1 আৰু P_2. যদি বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 2α হয়, প্ৰমাণ কৰক যে সিহঁতৰ লব্ধৰ মাপ —

$$\left(P_1^2 \cos^2 \alpha + P_2^2 \sin^2 \alpha\right)^{\frac{1}{2}}$$

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল বল দুটা P আৰু Q.

ধৰা হ'ল $P_1 = P + Q$

$P_2 = P - Q$, (P > Q ধৰি)

$\therefore$ $2P = P_1 + P_2$ অৰ্থাৎ, $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$

$2Q = P_1 - P_2$ অৰ্থাৎ, $P = \frac{P_1 - P_2}{2}$

ধৰা হ'ল P আৰু Q ৰ লব্ধ R.

$$\therefore \ R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 2\alpha$$

$$= \frac{1}{4}(P_1 + P_2)^2 + \frac{1}{4}(P_1 - P_2)^2 + 2.\frac{P_1 + P_2}{2}.\frac{P_1 - P_2}{2}.\cos 2\alpha$$

$$= \frac{1}{4}\left[2P_1^2 + 2P_2^2 + 2(P_1^2 - P_2^2)^2 \cos 2\alpha\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[2P_1^2(1 + \cos 2\alpha) + 2P_2^2(1 - \cos 2\alpha\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[2P_1^2 . 2\cos^2 \alpha + 2P_2^2 . 2\sin^2 \alpha\right]$$

$$= P_1^2 2\cos^2 \alpha + P_2^2 \sin^2 \alpha$$

$$\therefore R = \left(P_1^2 \cos^2 \alpha + P_2^2 \sin^2 \alpha\right)^{\frac{1}{2}}$$

উদাহৰণ 4 ঃ এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা P আৰু Q বল দুটাৰ মাজৰ কোণ θ আৰু সিহঁতৰ লব্ধ (2n+1)$\sqrt{P^2+Q^2}$. বল দুটাৰ মাজৰ কোণ $(90^0-\theta)$ হ'লে, লব্ধৰ মান (2n–1)$\sqrt{P^2+Q^2}$. প্ৰমাণ কৰক যে

$$\tan\theta=\frac{n-1}{n+1}$$

সমাধান ঃ আমি জানো

$$(2n+1)^2\left(\sqrt{P^2+Q^2}\right)^2=P^2+Q^2+2PQ\cos\theta$$

অৰ্থাৎ, $(4n^2+4n+1)(P^2+Q^2)-(P^2+Q^2)=2PQ\cos\theta$

অৰ্থাৎ, $(4n^2+4n+1-1)(P^2+Q^2)=2PQ\cos\theta$

অৰ্থাৎ, $4n+(n+1)(P^2+Q^2)=2PQ\cos\theta$ (1)

আকৌ, $(2n-1)^2\left(\sqrt{P^2+Q^2}\right)^2=P^2+Q^2+2PQ\cos(90^0-\theta)$

অৰ্থাৎ, $(4n^2-4n+1)(P^2+Q^2)-(P^2+Q^2)=2PQ\sin\theta$

অৰ্থাৎ, $(4n^2-4n+1-1)(P^2+Q^2)=2PQ\sin\theta$

অৰ্থাৎ, $4n(n-1)(P^2+Q^2)=2PQ\sin\theta$ (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

$$\frac{2PQ\sin\theta}{2PQ\cos\theta}=\frac{4n(n-1)(P^2+Q^2)}{4n(n+1)(P^2+Q^2)}$$

অৰ্থাৎ, $\tan\theta=\frac{n-1}{n+1}$

উদাহৰণ 5 ঃ P আৰু 2P মানৰ দুটা বলে এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। যদি বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 120^0, লব্ধই ডাঙৰ বলটোৰ দিশৰ লগত কৰা কোণটো নিৰ্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল লব্ধই ডাঙৰ বল 2P ৰ দিশৰ লগত কৰা কোণটো θ.

$$\therefore\ \tan\theta=\frac{P\sin120^0}{2P+P\cos120^0}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{3}\,P}{2}}{2P-\frac{P}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore\ \theta=30^0$$

$\therefore$ লব্ধই ডাঙৰ বলটোৰ লগত 30^0 কোণ কৰে।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ঃ 2N আৰু 3N মানৰ দুটা বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে আৰু বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 60^0। লব্ধৰ মান নির্ণয় কৰক। লগতে লব্ধই 2N বলৰ দিশত কৰা কোণটো নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ২ঃ 4N আৰু 4N সমান মানৰ দুটা বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 120^0 । লব্ধৰ মান নির্ণয় কৰক। লব্ধই বল দুটাৰ প্রত্যেকৰে লগত কৰা কোণটো নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৩ঃ দুটা বলে সমকোণত ক্রিয়া কৰে আৰু বল দুটাৰ লব্ধ 8N। যদি লব্ধই এটা বলৰ লগত 60^0 কোণ কৰে, বল দুটা নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৪ঃ P আৰু 2P মানৰ দুটা বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। লব্ধৰ মান $P\sqrt{3}$ হ'লে, বল দুটাৰ মাজৰ কোণ নির্ণয় কৰক। লগতে লব্ধই P মানৰ বলটোৰ দিশৰ লগত কৰা কোণটো নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৫ঃ দুটা সমান মানৰ বলে এটা কণিকাত ক্রিয়া কৰে। যদি বল দুটাৰ লব্ধৰ বর্গ, বল দুটাৰ পূৰণফল তিনিগুণৰ সমান হয়, তেনেহ'লে বল দুটাৰ মাজৰ কোণ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৬ঃ দুটা বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। যদি এটা বলৰ দিশ বিপৰীতমুখী কৰি দিয়া হয়, তেনেহ'লে লব্ধৰ দিশ এক সমকোণ ঘূৰে। প্রমাণ কৰক যে বল দুটা সম মানৰ।

প্রশ্ন নং ৭ঃ P আৰু Q বল দুটাই এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধৰ মানো Q। আকৌ P আৰু 2Q (একে দিশত ক্রিয়া কৰা) বলৰ দুটাৰ লব্ধৰ মানো Q। প্রমাণ কৰক যে $P = \sqrt{3}Q$ । লগতে প্রমাণ কৰক যে বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 150^0.

প্রশ্ন নং ৮ঃ P আৰু Q বল দুটাৰ লব্ধ $\sqrt{3}Q$ আৰু লব্ধই P বলৰ দিশত 30^0 কোণ কৰে। প্রমাণ কৰক যে P = Q বা P = 2Q.

প্রশ্ন নং ৯ঃ এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা P আৰু Q বল দুটাৰ লব্ধ R। যদি Q দুগুণ হয়, R ও দুগুণ হয়। যদি Q বিপৰীতমুখী কৰা হয়, R আকৌ দুগুণ হয়। প্রমাণ কৰক যে $P:Q:R = \sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{2}$



১.৬ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- কোনো বস্তুৰ ওপৰত ক্রিয়া কৰা যি কাৰকে বস্তুটোৰ স্থিৰাৱস্থা বা সৰল ৰেখাত সুষম গতি সলায় বা সলাবলৈ প্রয়াস কৰে, তাক বল বুলি কোৱা হয়।
- বল এটাৰ তিনিটা বৈশিষ্ট্য আছে, যথা (i) মান, (ii) দিশ, (iii) ক্রিয়া বিন্দু।
- বল এটাৰ দিশ আৰু মান দুয়োটাই আছে। গতিকে বল এটা ভেক্টৰ ৰাশি।
- ভৌতিক ৰাশি জুখিবলৈ এককৰ বিভিন্ন পদ্ধতি আছে, যথা (i) CGS পদ্ধতি, (ii) MKS পদ্ধতি (iii) FPS পদ্ধতি।

  MKS পদ্ধতি হ'ল CGS পদ্ধতিৰ সম্প্রসাৰণ। আজিকালি সমগ্র পৃথিৱীত এইটো ব্যৱহৃত হয়।
- বিভিন্ন প্রকাৰৰ বল আছে, যথা আকর্ষণ আৰু বিকর্ষণ, টান আৰু হেঁচা, ক্রিয়া আৰু প্রতিক্রিয়া, ঘর্ষণ।
- যদি দুটা বা ততোধিক বলে এটা কণিকাত ক্রিয়া কৰে, সিহঁতৰ মুঠ প্রভাৱ (effect) সদায় এটা বলৰ সমতুল্য। এই বলটোক বলসমূহৰ লব্ধ বোলে। যদি দুটা বলে এটা কণিকাত ক্রিয়া কৰে, বলৰ সামান্তৰিকৰ বিধিৰ সহায়ত লব্ধ নির্ণয় কৰিব পাৰি। এইটো স্থিতিবিজ্ঞানৰ মৌলিক উপপাদ্য।
- এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা P আৰু Q বল দুটাৰ লব্ধ R আৰু বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α হ'লে

  $R^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$.

  লব্ধ R অৰ দিশ তলৰ সম্বন্ধ দুটাৰ পৰা পাব পাৰি

  $R\cos\theta = P + Q\cos\alpha$

  $R\sin\theta = Q\sin\alpha$
- এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা দুটা বলৰ, সমতলখনৰ যিকোনো দিশত, বিভেদিত অংশৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি, সেই দিশত লব্ধৰ বিভেদিত অংশৰ সমান।



১.৭ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridgee University Press.

2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.

3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.

১.৮ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ আমি পালোঁ

$$R^2 = 2^2 + 2\times 2\times 3\cos 60^0 + 3^2$$

$$= 4 + 2\times 2\times 3\times \frac{1}{2} + 9 = 19$$

$$\therefore\ R = \sqrt{19}\ N$$

আকৌ $\tan\theta = \dfrac{3\sin 60^0}{2+3\cos 60^0}$ (ইয়াত P = 2, Q = 3)

$$= \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{2+3\times\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore\ \theta = \tan^{-1}\frac{3\sqrt{3}}{7}$$

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ আমি জানো বল দুটাৰ প্ৰত্যেকৰে মান P হ'লে

$$R = 2p\cos\frac{\alpha}{2}, \quad \text{আৰু} \quad \theta = \frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore\ R = 2\times 4\times\cos\frac{120^0}{2}N$$

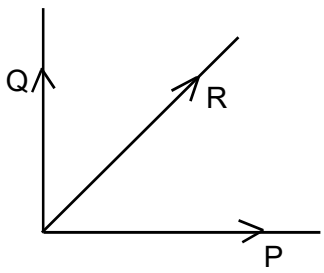
$$= 2\times 4\times\cos 60^0 N = 2\times 4\times\frac{1}{2}N = 4n$$

$$\theta = \frac{120^0}{2} = 60^0$$

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ আমি জানো যে $R^2 = P^2 + Q^2$

আৰু $\tan\theta = \dfrac{Q}{P}$

এতিয়া $8^2 = P^2 + Q^2$ অৰ্থাৎ $P^2 + Q^2 = 64$



$\tan 60^0 = \frac{Q}{P}$ অর্থাৎ $\sqrt{3} = \frac{Q}{P}$ অর্থাৎ $Q = \sqrt{3}\,P$

$\therefore$ $P^2 + 3P^2 = 64$ বা $4P^2 = 64$ বা $P^2 = 16$

$\therefore$ $P = 4$ N

আৰু $Q = 4\sqrt{3}\,N$

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α ।

$\therefore$ $\left(P\sqrt{3}\right)^2 = P^2 + 2 \times P \times 2P\cos\alpha + (2P)^2$

বা, $3P^2 = P^2 + 4P^2\cos\alpha + 4P^2$

বা, $2\cos\alpha = -1$

বা, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = 120^0$

ধৰা হ'ল লব্ধই P বলৰ দিশৰ লগত θ কোণ কৰে।

$\therefore$ $P\sqrt{3}\sin\theta = 2P\sin 120^0 (R\sin\theta = Q\sin\alpha)$

বা, $\sqrt{3}\sin\theta = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\sin\theta = 1$

$\therefore$ $\theta = 90^0$

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল লব্ধ R আৰু বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α ।

ধৰা হ'ল প্ৰতিটো বলৰ মান P।

$\therefore$ $R^2 = P^2 + 2PP\cos\alpha + P^2$

$= 2P^2 + 2P^2\cos\alpha = 2P^2(1 + \cos\alpha)$

আকৌ, $R^2 = 3PP = 3P^2$

$\therefore$ $3P^2 = 2P^2(1 + \cos\alpha)$

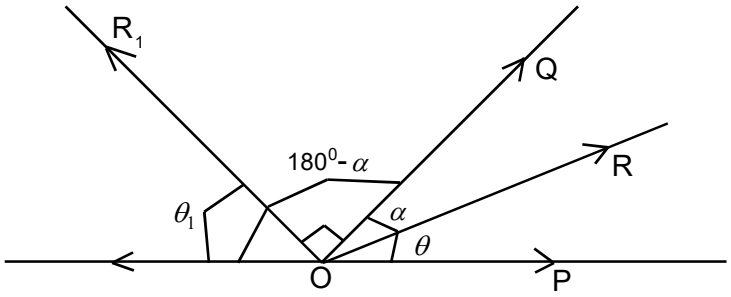
বা, $1 + \cos\alpha = \frac{3}{2}$

বা $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\therefore$ $\alpha = 60^0$

$\therefore$ বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 60^0।

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰাহ'ল P আৰু Q বল দুটাই O বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α । ধৰা হ'ল লব্ধই P বলৰ দিশৰ লগত θ কোণ কৰে।



চিত্র 1.9

$$\therefore \tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$$

P বলটো বিপৰীতমুখী কৰি দিয়া হ'ল। তেতিয়া লব্ধ এক সমকোণ ঘূৰে (দিয়া আছে)। ধৰা হ'ল নতুন লব্ধই P ৰ লগত (বিপৰীত মুখী) θ_1 কোণ কৰে।

এতিয়া, $\theta + 90^0 + \theta_1 = 180^0$

$\therefore\ \theta_1 = 180^0 - 90^0 - \theta = 90^0 - \theta$

এতিয়া, $\tan\theta_1 = \frac{Q\sin(180^0-\alpha)}{P+Q\cos(180^0-\alpha)}$

বা, $\tan(90^0-\theta) = \frac{Q\sin\alpha}{P-Q\cos\alpha}$

বা, $\cot\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P-Q\cos\alpha}$ (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

বা, $\frac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}\cdot\frac{Q\sin\alpha}{P-Q\cos\alpha} = \tan\theta\,.\,\cot\theta$

বা, $\frac{Q^2\sin^2\alpha}{P^2-Q^2\cos^2\alpha} = 1$

বা, $P^2 - Q^2\cos^2\alpha = Q^2\sin^2\alpha$

বা, $P^2 = Q^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha) = Q^2$

$\therefore$ P = Q

৭ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α ।

$\therefore Q^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$

বা, $P^2 + 2PQ\cos\alpha = 0$

বা, $P(P+2Q\cos\alpha) = 0$

বা, $P + 2Q\cos\alpha = 0$

বা, $2Q\cos\alpha = -P$ (1)

আকৌ, $Q^2 = P^2 + 4PQ\cos\alpha + 4Q^2$

বা, $P^2 + 4PQ\cos\alpha + 3Q^2 = 0$

বা $P^2 + 2P(2Q\cos\alpha) + 3Q^2 = 0$

বা, $P^2 + 2P(-P) + 3Q^2 = 0$ (1)

বা $P^2 = 3Q^2$

$\therefore P = \sqrt{3}\,Q$

$\therefore$ (1)অৰ পৰা, $2Q\cos\alpha = -\sqrt{3}\,Q$

$\therefore \cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

বা, $\cos\alpha = -\cos 30^0$

বা, $\cos\alpha = -\cos(180^0 - 30^0)$

$\therefore \alpha = 150^0$

অর্থাৎ, বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 150^0.

৮ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ কোণ α ।

$\therefore \left(\sqrt{3}\,Q\right)^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$

বা $3Q^2 = P^2 + 2Q\cos\alpha + Q^2$

বা $P^2 + 2PQ\cos\alpha - 2Q^2 = 0$ (1)

আকৌ $\sqrt{3}\,Q\cos 30^0 = P + Q\cos\alpha$ $(R\cos\theta = P + Q\cos\alpha)$

বা, $\sqrt{3}\,Q \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = P + Q\cos\alpha$

বা, $3Q = 2P + 2Q\cos\alpha$

বা, $2Q\cos\alpha = 3Q - 2P$ (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

$P^2 + P(3Q - 2P) - 2Q^2 = 0$

বা, $P^2 + 3P3Q - 2P^2 - 2Q^2 = 0$

বা, $P^2 - 3PQ + 2Q^2 = 0$

বা, $(P - Q)(P - 2Q) = 0$

$\therefore P = Q$ বা $P = 2Q$

৯ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল P আৰু Q ৰ মাজৰ কোণ α ।

$\therefore R^2 = P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2$ (1)

আকৌ, $(2R)^2 = P^2 + 2P(2Q\cos\alpha) + (2Q)^2$

বা, $4R^2 = P^2 + 4PQ\cos\alpha + 4Q^2$ (2)

আকৌ, $(2R)^2 = P^2 + 2PQ\cos(180^0 - \alpha) + Q^2$

বা, $4R^2 = P^2 - 2PQ\cos\alpha + Q^2$ (3)

(1) অক 2ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ

$2R^2 = 2P^2 + 4PQ^2\cos\alpha + 2Q^2$ (4)

(2) ৰ পৰা (4) বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ

$2R^2 = -P^2 + 2Q^2$

বা, $P^2 - 2Q^2 + 2R^2 = 0$ (5)

আকৌ, (1) আৰু (3) যোগ কৰি আমি পাওঁ

$5R^2 = 2P^2 + 2Q^2$

বা, $2P^2 + 2Q^2 - 5R^2 = 0$ (6)

(5) আৰু (6) অৰ পৰা, আমি পালোঁ

$$\frac{P^2}{10-4} = \frac{Q^2}{-(-5-4)} = \frac{R^2}{4+2}$$

বা, $$\frac{P^2}{6} = \frac{Q^2}{9} = \frac{R^2}{6}$$

বা, $$\frac{P^2}{2} = \frac{Q^2}{3} = \frac{R^2}{2}$$

$$\therefore \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{Q}{\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$



১.৯ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ P আৰু Q বল দুটাই এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। বল দুটাৰ মাজৰ কোণ θ আৰু সিহঁতৰ লব্ধ R এ P ৰ দিশৰ লগত α কোণ কৰে। যদি P = 24, R = 36, $\alpha = 90^0$, Q নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ২ঃ দুটা অসমান মানৰ বলে এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। প্ৰমাণ কৰক যে লব্ধ, ডাঙৰ বলটোৰ ওচৰত থাকে।

প্ৰশ্ন ৩ঃ দুটা বলৰ প্ৰত্যেকৰে মান P। বল দুটাই এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধ R।

যদি $R^2 = 3P^2$, প্রমাণ কৰক যে বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 60^0।

প্রশ্ন ৪ঃ P আৰু Q বল দুটাই এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। বল দুটাৰ মাজৰ কোণ θ, আৰু লব্ধ R. যদি প্রথম বলটোৰ মান দুগুণ কৰা হয়, প্রমাণ কৰক যে নতুন লব্ধৰ মান $\sqrt{2P^2 + 2R^2 - Q^2}$.

প্রশ্ন ৫ঃ P আৰু Q বল দুটাই এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। বল দুটাৰ মাজৰ কোণ ক্রমে 90^0, θ আৰু $90^0 - \theta$ হ'লে লব্ধ ক্রমে R, nR আৰু (n + 2) R. প্রমাণ কৰা যে

$$\tan\theta = \frac{n+3}{n-1}.$$

প্রশ্ন ৬ঃ এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা দুটা বল P আৰু Q ৰ লব্ধৰ মানো P. যদি প্রথম বলটোৰ মান দুগুণ কৰা হয়, প্রমাণ কৰক যে নতুন লব্ধৰ মান $\sqrt{4P^2 - Q^2}$.

প্রশ্ন ৭ঃ এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰা P আৰু Q বল দুটাৰ লব্ধ R. যদি দ্বিতীয় বলটোৰ দিশ বিপৰীতমুখী কৰা হয় আৰু মান $\frac{(R^2 - P^2)}{Q}$ হয়, প্রমাণ কৰক যে লব্ধৰ মান পৰিৱর্তিত নহয়।

প্রশ্ন ৮ঃ এটা কণিকাত ক্রিয়া কৰা দুটা বলৰ লব্ধই এটা বলৰ লগত 90^0 কোণ কৰে ইয়াৰ মান আনটোৰ মানৰ এক-তৃতীয়াংশ। প্রমাণ কৰক যে ডাঙৰ বল আৰু সৰু বলৰ মানৰ অনুপাত $3 : 2\sqrt{2}$.

প্রশ্ন ৯ঃ P আৰু Q বল দুটাই O বিন্দুত ক্রিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধ R. যদি এডাল ছেদকে P, Q, R বলৰ ক্রিয়া ৰেখাক ক্রমে L, M, N বিন্দুত কাটে, প্রমাণ কৰক যে

$$\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}.$$

প্রশ্ন ১০ঃ দুটা সমান মানৰ বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। বল দুটাৰ মাজৰ কোণ 2θ হ'লে লব্ধৰ মান, মাজৰ কোণ 2ϕ হ'লে যি মান হয় তাৰ দুগুণ। প্রমাণ কৰক যে $\cos\theta = 2\cos\phi$.

*** ***** ***

অধ্যায় ২ ঃ সামতলিক বল

অধ্যায় গাঁথনি

২.১ উদ্দেশ্য
২.২ পৰিচয়
২.৩ লামিৰ উপপাদ্য
২.৪ একাধিক একসমতলীয় বলৰ অধীনত কণিকাৰ সাম্যাৱস্থা
২.৫ সমান্তৰাল বল
২.৬ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ
২.৭ অধিক জানিবলৈ
২.৮ অগ্রগতিৰ খতিয়ান
২.৯ আৰ্হি প্রশ্ন

২.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

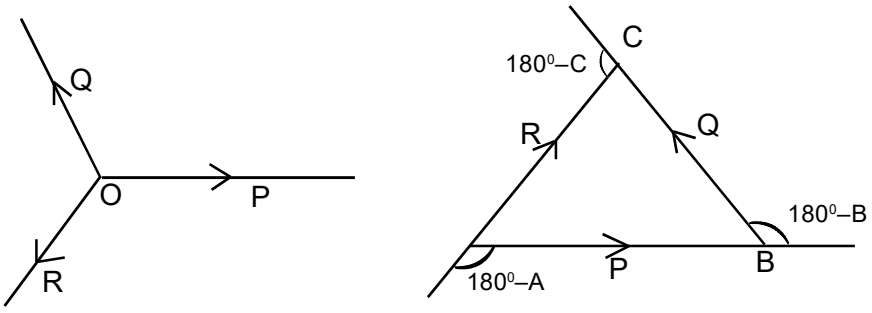
- লামিৰ উপপাদ্যৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- একাধিক একসমতলীয় বলৰ অধীনত কণিকাৰ সাম্যাৱস্থা সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- সমান্তৰাল বল সম্বন্ধে জানিব পাৰিব

২.২ পৰিচয়

যদি দুটা বলে একে অৱস্থাত সমান ভৰত ক্রিয়া কৰে আৰু সমান ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে, বল দুটা সমান বুলি কোৱা হয়। যদি একাধিক বলে এটা বস্তুত ক্রিয়া কৰে, বস্তুটোৱে গতি কৰিব পাৰে বা স্থিৰ অৱস্থাত থাকিব পাৰে। যদি বস্তুটো স্থিৰ অৱস্থাত থাকে, বস্তুটো সাম্যাৱস্থাত (in equilibrium) থাকে বুলি কোৱা হয় আৰু বলবোৰো সাম্যাৱস্থাত থাকে বুলি কোৱা হয়। এই অধ্যায়ত আমি লামিৰ উপপাদ্য, একাধিক এক সমতলীয় বলৰ অধীনত কণিকাৰ সাম্যাৱস্থা আৰু সমান্তৰাল বল সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

২.৩ লামিৰ উপপাদ্য

এটা বিন্দুত ক্রিয়াশীল তিনিটা বল যদি সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্রতিটো বল, বাকী দুটা বলৰ মাজৰ কোণৰ ছাইনৰ সমানুপাতিক।



চিত্ৰ ২.১

ধৰা হ'ল O ত ক্ৰিয়াশীল P, Q, R বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $\frac{P}{\sin(\widehat{Q,R})}=\frac{Q}{\sin(\widehat{R,P})}=\frac{R}{\sin(\widehat{P,Q})}$

য'ত $(\widehat{Q, R})$ এ Q আৰু R অৰ মাজৰ কোণ বুজায়,

$(\widehat{R, P})$ এ R আৰু P অৰ মাজৰ কোণ বুজায়,

$(\widehat{P, Q})$ এ P আৰু Q ৰ মাজৰ কোণ বুজায়।

ধৰা হ'ল ABC এটা ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ বাহু AB, BC, CA ক্ৰমে P, Q, R অৰ দিশৰ সমান্তৰাল।

$\therefore$ AB, BC, CA দৈৰ্ঘ ক্ৰমে P, Q, R অৰ মানৰ সমানুপাতিক।

$$\therefore \frac{AB}{P}=\frac{BC}{Q}=\frac{CA}{R} \qquad (1)$$

আকৌ ত্ৰিকোণমিতিৰ পৰা আমি জানো যে

$$\therefore \frac{AB}{Sin\,C}=\frac{BC}{Sin\,A}=\frac{CA}{Sin\,B} \qquad (2)$$

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

$$\frac{P}{Sin\,C}=\frac{Q}{Sin\,A}=\frac{R}{Sin\,B}$$

অৰ্থাৎ, $\frac{P}{Sin(180^0-C)}=\frac{Q}{Sin(180^0-A)}=\frac{R}{Sin(180^0-B)}$

এতিয়া $180^0 - C = Q$, আৰু R অৰ মাজৰ কোণ

$180^0 - A = R$, আৰু P ৰ মাজৰ কোণ

$180^0 - B = P$, আৰু Q ৰ মাজৰ কোণ

$$\therefore \frac{P}{Sin\ (\widehat{Q,R})}=\frac{Q}{Sin\ (\widehat{R,P})}=\frac{R}{Sin\ (\widehat{P,Q})}$$

২.৪ একাধিক এক সমতলীয় বলৰ অধীনত কণিকাৰ সাম্যাৱস্থা

আমি তলৰ অৱস্থাকেইটা বিবেচনা কৰোঁহক।

প্ৰথম অৱস্থা ঃ দুটা বলে এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰি আছে। কণিকাটো সাম্যাৱস্থাত থাকিব, অৰ্থাৎ বল দুটা সাম্যাৱস্থাত থাকিব, যদি

(i) সিহঁতৰ মান সমান,

(ii) সিহঁতে একেডাল ৰেখাত ক্ৰিয়া কৰে,

আৰু (iii) সিহঁতে বিপৰীত দিশত ক্ৰিয়া কৰে।

দ্বিতীয় অৱস্থা ঃ তিনিটা একৰেখীয় নোহোৱা বলে এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰি আছে। কণিকাটো সাম্যাৱস্থাত থাকিব, অৰ্থাৎ বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত থাকিব যদি

(i) বল তিনিটাক এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ দ্বাৰা ক্ৰমাগতভাৱে ৰূপায়িত কৰিব পাৰি,

(ii) প্ৰতিটো বল, বাকী দুটা বলৰ মাজৰ কোণৰ ছাইনৰ সমানুপাতিক,

বা (iii) দুটা পৰস্পৰ লম্ব দিশৰ প্ৰতিটোৰ দিশত বিভেদনসমূহৰ যোগদান শূন্য।

তৃতীয় অৱস্থা ঃ সসীম সংখ্যক বলে, ইয়াৰ কোনো দুটাই একৰেখীয় নহয়, এটা কণিকাত ক্ৰিয়া কৰে। কণিকাটো সাম্যাৱস্থাত থাকিব, অৰ্থাৎ, বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত থাকিব যদি

(i) বলকেইটাক এটা বহুভুজৰ বাহুকেইটাৰ দ্বাৰা ক্ৰমাগতভাৱে ৰূপায়িত কৰিব পাৰি।

বা (ii) বলকেইটা এক সমতলীয় আৰু দুটা পৰস্পৰ লম্ব দিশৰ প্ৰতিটোৰ দিশত বিভেদনসমূহৰ যোগফল শূন্য।

বা (iii) যি বিন্দুত প্ৰদত্ত বলসমূহে ক্ৰিয়া কৰে সেইটো বলসমূহ ৰূপায়িত কৰা ৰেখাখণ্ডসমূহৰ মূৰ বিন্দুৰ ভাৰকেন্দ্ৰ।

উদাহৰণ 1 ঃ এটা কণিকাত ক্ৰিয়াশীল তিনিটা বলৰ পৰিমাণ 5 : 3 : 2 অনুপাতত আছে। এই বল তিনিটাক যিকোনো পৰিস্থিতিত সাম্যাৱস্থাত ৰাখিব পাৰিনে?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল বল তিনিটাৰ মান 5k, 3k, 2k.

সাম্যাৱস্থা সম্ভৱ হ'ব যদি 5k মানৰ বলটো এটা দিশত ক্ৰিয়া কৰে আৰু 3k আৰু 2k মানৰ বল দুটাই একেডাল ৰেখাত বিপৰীত দিশত ক্ৰিয়া কৰে।



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ১

প্ৰশ্ন নং ১ঃ এটা কণিকাত ক্ৰিয়াশীল তিনিটা বলৰ পৰিমাণ 3 : 2 : 1 অনুপাতত আছে। এই বল তিনিটাক যিকোনো পৰিস্থিতিত সাম্যাৱস্থাত ৰাখিব পাৰিনে?

প্ৰশ্ন নং ২ঃ এটা কণিকাত ক্ৰিয়াশীল তিনিটা বলৰ পৰিমাণ 3 : 5 : 10 অনুপাতত আছে। এই বল তিনিটাক সাম্যাৱস্থাত ৰাখিব পাৰিনে?

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ তিনিটা সম পৰিমাণৰ বলে এটা বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰি আছে। যিকোনো দুটা

বলৰ মাজৰ কোণবোৰ সমান। প্ৰমাণ কৰক যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ P, Q, R বল তিনিটাই ABC ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকেন্দ্ৰ I ত ক্ৰমে IA, IB, IC দিশত ক্ৰিয়া কৰি আছে। যদি বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্ৰমাণ কৰক যে $P^2 : Q^2 : R^2 = a(b + c – a) : b(c + a –b) : c(a + b + c)$.

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ P, Q, R বল তিনিটাই ABC ত্ৰিভুজৰ ভাৰকেন্দ্ৰ Gত ক্ৰমে GA, GB, GC দিশত ক্ৰিয়া কৰি আছে। যদি বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্ৰমাণ কৰক যে P : Q R = GA : GB : GC

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ P, Q, R বল তিনিটাই ABC ত্ৰিভুজৰ পৰিকেন্দ্ৰ O ত ক্ৰমে OA, OB, OC দিশত ক্ৰিয়া কৰি আছে। যদি বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্ৰমাণ কৰক যে P : Q : R.

$$= \frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\frac{a^2}{b^2c^2} : \frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}-\frac{b^2}{c^2a^2} : \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{c^2}{a^2b^2}$$

প্ৰশ্ন নং ৭ঃ O বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা তিনিটা বল (একৰেখীয় নহয়) সাম্যাৱস্থাত আছে। O বিন্দুৰ মাজেৰে এটা বৃত্ত অঁকা হ'ল আৰু ই বল তিনিটাৰ ক্ৰিয়া ৰেখাক ক্ৰমে A, B, C বিন্দুত কাটে। প্ৰমাণ কৰক যে বল তিনিটা ABC ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ সমানুপাতিক।

প্ৰশ্ন নং ৮ঃ এটা বিন্দুত ক্ৰিয়াশীল বল কিছুমানক মান আৰু দিশত 2AB, 3BC, 2CD, DA, CA আৰু DB ৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰা হ'ল, য'ত ABCD এটা চতুৰ্ভুজ। প্ৰমাণ কৰক যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

প্ৰশ্ন নং ৯ঃ এটা বিন্দুত ক্ৰিয়াশীল বল কিছুমানক মান আৰু দিশত AB, 2BC, 2CD, 2DE, 2EF, FA আৰু FB ৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰা হ'ল, য'ত ABCDEF এটা ষড়ভুজ। প্ৰমাণ কৰক যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

প্ৰশ্ন নং ১০ঃ ABCDE এটা পঞ্চভুজ। এটা বিন্দুত ক্ৰিয়াশীল বল কিছুমানক মান আৰু দিশত AB, 3BC, 2CA, CD, DE, 2EB আৰু AE ৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰা হ'ল। প্ৰমাণ কৰক যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

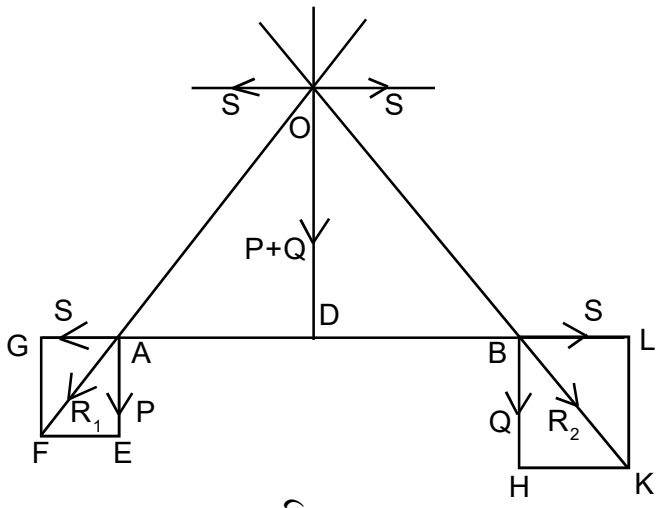
২.৫ সমান্তৰাল বল

দুটা বলক সমান্তৰাল বল (parallel forces) বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতৰ ক্ৰিয়া ৰেখা সমান্তৰাল। সিহঁতক সদৃশ সমান্তৰাল (like parallel) বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতে একে দিশত ক্ৰিয়া কৰে। আনহাতেদি সিহঁতক বিসদৃশ সমান্তৰাল (unlike parallel) বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতে বিপৰীত দিশত ক্ৰিয়া কৰে।

স্পষ্টতঃ বল দুটা এক বিন্দুগামী (concurrent) নহয়। সিহঁতেএটা দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰে বুলি ভবা হয়।

দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বলৰ লব্ধ

ধৰা হ'ল এটা দৃঢ় বস্তুৰ A, B বিন্দুত ক্ৰমে P, Q সদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাই ক্ৰিয়া কৰে।



চিত্ৰ ২.২

ধৰা হ'ল AE, BH এ ক্ৰমে P, Q বুজায়।

AB সংযোগ কৰা হ'ল। A, B বিন্দুত দুটা সমান কিন্তু বিপৰীতমুখী বল S, S প্ৰয়োগ কৰা হ'ল আৰু সিহঁতক AG, BL অৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰা হয়।

যিহেতু বল দুটাই পৰস্পৰ সন্তুলন কৰে, সেয়ে ই প্ৰণালীটোত কোনো প্ৰভাৱ নেপেলায়।

AEFG আৰু BHKL সামান্তৰিক দুটা সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল।

P আৰু S অৰ লব্ধ R_1 আৰু ইয়াক AF অৰ দ্বাৰা বুজোৱা হ'ল। Q আৰু S অৰ লব্ধ R_2 ইয়াক BK ৰ দ্বাৰা বুজোৱা হ'ল।

FA আৰু KB বৰ্ধিত কৰা হ'ল আৰু ইহঁতে O ত কাটে।

AE (বা BH)ৰ সমান্তৰালকৈ OD টনা হ'ল আৰু ই AB ক D বিন্দুত কাটে।

R_1 আৰু R_2 লব্ধই O ত ক্ৰিয়া কৰে বুলি ধৰা হ'ল। গতিকে O ত ক্ৰিয়া কৰা R_1, P আৰু S অৰ সমতুল্য, O ত ক্ৰিয়াশীল P, OD ৰ দিশত আৰু O ত ক্ৰিয়াশীল S, AG ৰ সমান্তৰাল। আকৌ O ত ক্ৰিয়া কৰা R_2, Q আৰু S অৰ সমতুল্য, O ত ক্ৰিয়াশীল Q, OD ৰ দিশত আৰু O ত ক্ৰিয়াশীল S, BL অৰ সমান্তৰাল।

O ত ক্ৰিয়া কৰা S, S বল দুটাই পৰস্পৰ সন্তুলন কৰে। গতিকে OD ৰ দিশত P + Q বলটো বাকী থাকিল আৰু ই P আৰু Q সদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাৰ লব্ধ।

এতিয়া আমি D ৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰোঁ, য'ত P + Q ৰ ক্ৰিয়াৰেখাই কাটে।

স্পষ্টত ঃ AFE আৰু OAD ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ।

$$\therefore \frac{AE}{OD} = \frac{EF}{DA}$$

বা, $\frac{P}{OD}=\frac{S}{DA}$ অর্থাৎ, $\frac{P}{S}=\frac{OD}{DA}$ (1)

আকৌ, BHK আৰু ODB ত্রিভুজ দুটা সদৃশ।

$\therefore \frac{BH}{OD}=\frac{HK}{DB}$

বা, $\frac{Q}{OD}=\frac{S}{DB}$ অর্থাৎ, $\frac{Q}{S}=\frac{OD}{DB}$ (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা, $\frac{P}{S}\cdot\frac{S}{Q}=\frac{OD}{DA}\cdot\frac{DB}{OD}$

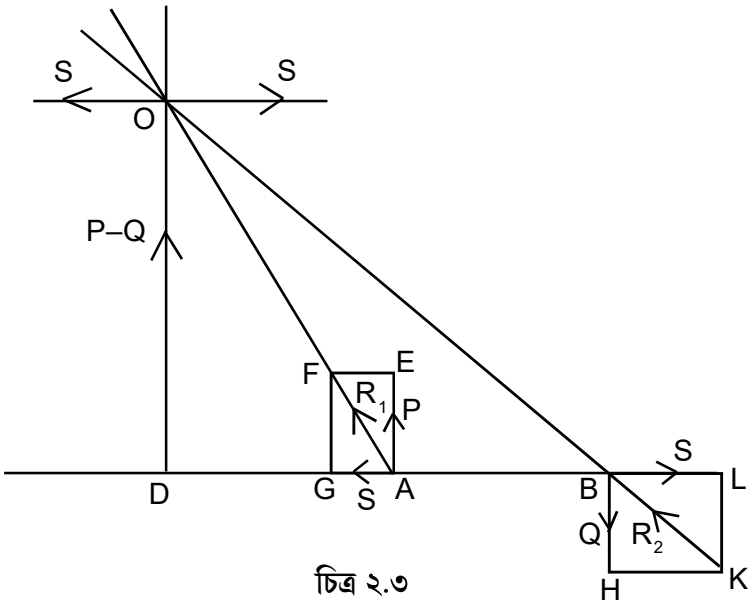
অর্থাৎ, $\frac{P}{Q}=\frac{DB}{DA}$

দেখা গ'ল যে, D এ AB ক বল দুটাৰ বিপৰীত অনুপাতৰ অন্তঃভাৱে বিভক্ত কৰে।

টোকা ঃ যদি P = Q, লব্ধ 2P আৰু এই ক্ষেত্ৰত D, AB ৰ মধ্য বিন্দু।

দুটা অসমান, বিসদৃশ সমান্তৰাল বলৰ লব্ধ

ধৰা হ'ল এটা দৃঢ় বস্তুৰ A, B বিন্দুত ক্ৰমে P, Q বিসদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাই ক্ৰিয়া কৰে, য'ত P > Q ।



চিত্ৰ ২.৩

ধৰা হ'ল AE, BH এ ক্ৰমে P, Q বুজায়।

AB সংযোগ কৰা হ'ল। A, B বিন্দুত দুটা সমান কিন্তু বিপৰীতমুখী বল S, S প্ৰয়োগ কৰা হ'ল আৰু সিহঁতক AG, BL অৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰা হ'ল।

যিহেতু বল দুটাই পৰস্পৰ সন্তুলন কৰে, সেয়ে ই প্ৰণালীটোত কোনো প্ৰভাৱ নেপেলায়।

AEFG আৰু BHKL সামান্তৰিক দুটা সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল।

P আৰু S অৰ লব্ধ R_1 আৰু ইয়াক AF অৰ দ্বাৰা বুজোৱা হ'ল। Q আৰু S অৰ লব্ধ

R_2 আৰু ইয়াক KB ৰ দ্বাৰা বুজোৱা হ'ল।

AF আৰু KB বর্ধিত কৰা হ'ল আৰু ইহঁতে O ত কাটে।

AE (বা BH)ৰ সমান্তৰালকৈ OD টনা হ'ল আৰু ই বর্ধিত BA ক D বিন্দুত কাটে।

R_1 আৰু R_2 লব্ধই O ত ক্রিয়া কৰে বুলি ধৰা হ'ল। গতিকে O ত ক্রিয়া কৰা R_1, P আৰু S অৰ সমতুল্য, O ত ক্রিয়াশীল P, DO ৰ দিশত আৰু O ত ক্রিয়াশীল S, AG ৰ সমান্তৰাল। আকৌ O ত ক্রিয়া কৰা R_2, Q আৰু S অৰ সমতুল্য, O ত ক্রিয়াশীল Q, OD ৰ দিশত আৰু O ত ক্রিয়াশীল S, BLঅৰ সমান্তৰাল।

O ত ক্রিয়া কৰা S, S বল দুটাই পৰস্পৰ সন্তুলন কৰে। গতিকে DO ৰ দিশত P– Q বলটো বাকী থাকিল আৰু ই P আৰু Q বিসদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাৰ লব্ধ।

এতিয়া আমি D ৰ অৱস্থান নির্ণয় কৰোঁ, য'ত P–Q ৰ ক্রিয়াৰেখাই কাটে।

স্পষ্টত ঃ AFG আৰু AOD ত্রিভুজ দুটা সদৃশ।

$$\therefore \frac{GF}{DO} = \frac{AG}{AD}$$

বা, $\frac{GF}{AG} = \frac{DO}{AD}$ অর্থাৎ, $\frac{P}{S} = \frac{DO}{AD}$ (1)

আকৌ, BHK আৰু ODB ত্রিভুজ দুটা সদৃশ।

$$\therefore \frac{BH}{OD} = \frac{HK}{DB}$$

বা, $\frac{BH}{HK} = \frac{OD}{DB}$ অর্থাৎ, $\frac{Q}{S} = \frac{OD}{DB}$ (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা, $\frac{P}{S} \cdot \frac{S}{Q} = \frac{DO}{AD} \cdot \frac{BD}{OD}$

অর্থাৎ, $\frac{P}{Q} = \frac{DB}{DA}$

দেখা গ'ল যে, D এ BA ক বল দুটাৰ বিপৰীত অনুপাতত বর্হিভাৱে বিভক্ত কৰে।

উদাহৰণ 2 ঃ দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল 11 newton আৰু 19 newton এ এটা দৃঢ় বস্তুৰ A, B বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। যদি AB = 10m, লব্ধৰ মান আৰু ক্রিয়া বিন্দু নির্ণয় কৰক।

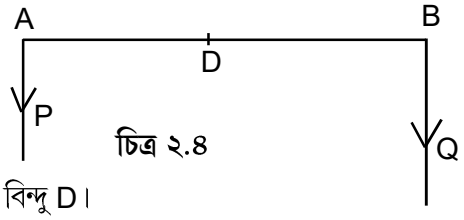
সমাধান ঃ ধৰা হ'ল P = 11 newton

Q = 19 newton

$\therefore$ R = (P + Q) newton

= (11 + 19) newton

= 30 newton.



চিত্র ২.৪

ধৰা হ'ল লব্ধৰ ক্ৰিয়া বিন্দু D।

$\therefore$ P. DA = Q . DB

বা, 11. DA = 19. (10 – DA)

বা, 11. DA = 190 – 19DA

বা, 30DA = 190

$$\therefore DA = \frac{19}{3} m$$



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ২

প্ৰশ্ন নং ১ঃ দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ ক্ৰমে A আৰু B বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধ R এ AB ৰ D বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে। যদি P = 6 newton, AD = 9m আৰু DB = 8m, Q আৰু R নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ২ঃ দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বলৰ অৱস্থান সালসলনি কৰিলেও লব্ধৰ অৱস্থানৰ সালসলনি নহয়। প্ৰমাণ কৰক যে বল দুটা সমমানৰ।

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ দুটা বিসদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ ক্ৰমে A আৰু B বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধ R এ বৰ্ধিত AB ৰ D ত ক্ৰিয়া কৰে। যদি P = 5 newton, AD = 12m, AB = 9m, Q আৰু R নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ P আৰু Q দুটা বিসদৃশ সমান্তৰাল বল আৰু P > Q। যদি প্ৰতিটো বলৰ মান সম পৰিমাণৰ দ্বাৰা বৰ্ধিত কৰা হয়, প্ৰমাণ কৰক যে লব্ধৰ ক্ৰিয়াৰেখা P ৰ পৰা আৰু অধিক আঁতৰি যাব।

প্ৰশ্ন নং ৫ঃ P আৰু Q দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল। যদি P ক নিজৰ সমান্তৰালকৈ x দূৰত্ব আঁতৰাই দিয়া হয়, প্ৰমাণ কৰক যে লব্ধ $\frac{Px}{P+Q}$ দূৰত্ব আঁতৰি যাব।

প্ৰশ্ন নং ৬ঃ তিনিটা সদৃশ বল P, Q, R এ ABC ত্ৰিভুজৰ কৌণিক বিন্দু A, B, C ত ক্ৰিয়া কৰে। যদি বলসমূহৰ লব্ধ

(i) ভাৰকেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যায়, প্ৰমাণ কৰক যে P = Q = R,

(ii) পৰিকেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যায়, প্ৰমাণ কৰক যে

$$\frac{P}{\sin 2A} = \frac{Q}{\sin 2B} = \frac{R}{\sin 2C}$$

(iii) অন্তঃকেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যায়, প্ৰমাণ কৰক যে

$$\frac{P}{BC}=\frac{Q}{CA}=\frac{R}{AB}$$

(iv) পাদিক কেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যায়, প্ৰমাণ কৰক যে

$$\frac{P}{\tan 2A}=\frac{Q}{\tan 2B}=\frac{R}{\tan 2C}$$



২.৬ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- যদি একাধিক বলে এটা বস্তুত ক্ৰিয়া কৰে, বস্তুটোৱে গতি কৰিব পাৰে বা স্থিৰ অৱস্থাত থাকিব পাৰে। যদি বস্তুটো স্থিৰ অৱস্থাত থাকে, বস্তুটো সাম্যাৱস্থাত থাকে বুলি কোৱা হয় আৰু বলবোৰো সাম্যাৱস্থাত থাকে বুলি কোৱা হয়।
- এটা বিন্দুত ক্ৰিয়াশীল তিনিটা বল যদি সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্ৰতিটো বল, বাকী দুটা বলৰ মাজৰ কোণৰ ছাইনৰ সমানুপাতিক। (ইয়াক লামিৰ উপপাদ্য বুলি কোৱা হয়।)
- দুটা বলক সমান্তৰাল বল বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতৰ ক্ৰিয়া ৰেখা সমান্তৰাল। সিহঁতক সদৃশ সমান্তৰাল বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতে একে দিশত ক্ৰিয়া কৰে। আনহাতে সিহঁতৰ বিসদৃশ সমান্তৰাল বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতে বিপৰীত দিশত ক্ৰিয়া কৰে। সিহঁতে এটা দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰে বুলি ভবা হয়।



২.৭ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridge University Press.
2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.
3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.

২.৮ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ ১

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বল তিনিটাৰ মান 3k, 2k, k.

সাম্যাৱস্থা সম্ভৱ হ'ব যদি 3k মানৰ বলটো এটা দিশত ক্রিয়া কৰে, আৰু 2k আৰু k মানৰ বল দুটাই একেডাল ৰেখাত বিপৰীত দিশত ক্রিয়া কৰে।

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বল তিনিটাৰ মান 3k, 5k, 10k.

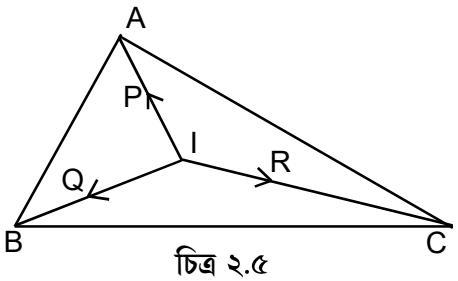
সাম্যাৱস্থা সম্ভৱ নহয় যিহেতু বল তিনিটাক এটা ত্রিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ দ্বাৰা ৰূপায়িত কৰিব নোৱাৰি। 3k, 5k, 10k একক বাহুৰে এটা ত্রিভুজ অংকন কৰিব নোৱাৰি, যিহেতু 3k + 5k < 10k.

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ আমাক দিয়া আছে যে তিনিটা সম পৰিমাণৰ বলে এটা বিন্দুত ক্রিয়া কৰি আছে আৰু যিকোনো দুটা বলৰ মাজৰ কোণবোৰ সমান। গতিকে, বল তিনিটাক এটা ত্রিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ দ্বাৰা ক্রমাগতভাৱে ৰূপায়িত কৰিব পাৰি। গতিকে, বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে যে, বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

$\therefore$ লামিৰ উপপাদ্যৰ পৰা

$$\frac{P}{\sin\angle BIC}=\frac{Q}{\sin\angle CIA}=\frac{R}{\sin\angle AIB}$$



চিত্র ২.৫

এতিয়া, $\angle BIC+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C=180^0$

$$\therefore \angle BIC=180^0-\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)$$

$$=180^0-\frac{1}{2}(180^0-\angle A) \quad \left[\because \angle A+\angle B+\angle C=180^0\right]$$

$$=90^0+\frac{A}{2}$$

সেইদৰে $\angle CIA=90^0+\frac{B}{2}$, $\angle AIB=90^0+\frac{C}{2}$

$$\therefore \frac{P}{\sin\left(90^0+\frac{A}{2}\right)}=\frac{Q}{\sin\left(90^0+\frac{B}{2}\right)}=\frac{R}{\sin\left(90^0+\frac{C}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\cos\frac{A}{2}} = \frac{Q}{\cos\frac{B}{2}} = \frac{R}{\cos\frac{C}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{P^2}{\cos^2\frac{A}{2}} = \frac{Q^2}{\cos^2\frac{B}{2}} = \frac{R^2}{\cos^2\frac{C}{2}}$$

এতিয়া, $\cos A = 2\cos^2\frac{A}{2} - 1$

$$\therefore 2\cos^2\frac{A}{2} = 1 + \cos A$$

$$= 1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{2bc + b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{(b+c+a)\,(b+c-a)}{2bc}$$

সেইদৰে,

$$\cos^2\frac{B}{2} = \frac{(c+a+b)(c+a-b)}{2ca}$$

$$\cos^2\frac{C}{2} = \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{2ab}$$

$$\therefore\ P^2 : Q^2 : R^2$$

$$= \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{4bc} : \frac{(c+a+b)(c+a-b)}{4ca} : \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4ab}$$

$$= a(b+c-a) : b(c+a-b) : c(a+b-c)$$

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে যে, বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

$\therefore$ লামিৰ উপপাদ্যৰ পৰা

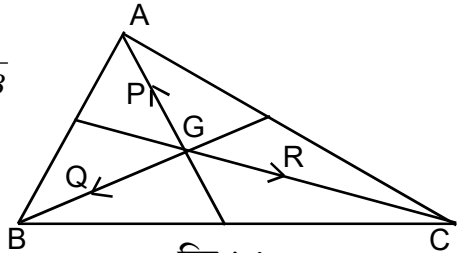
$$\frac{P}{\sin\angle BGC} = \frac{Q}{\sin\angle CGA} = \frac{R}{\sin\angle AGB}$$

আমি জানো যে

GBC ত্ৰিভুজৰ কালি

= GCA ত্ৰিভুজৰ কালি

= GAB ত্ৰিভুজৰ কালি



চিত্ৰ ২.৬

$$\therefore \frac{1}{2}GB.GC\sin\angle BGC = \frac{1}{2}GC.GA\sin\angle CGA$$

$$= \frac{1}{2}GA.GB\sin\angle AGB$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\angle BGC}{GA} = \frac{\sin\angle CGA}{GB} = \frac{\sin\angle AGB}{GC} \quad (2)$$

(1) আৰু (2) ৰ পৰা

$$\frac{P}{GA} = \frac{Q}{GB} = \frac{R}{GC}$$

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

$\therefore$ লামিৰ উপপাদ্যৰ পৰা

$$\frac{P}{\sin\angle BOC} = \frac{Q}{\sin\angle COA} = \frac{R}{\sin\angle AOB}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin 2A} = \frac{Q}{\sin 2B} = \frac{R}{\sin 2C}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{2\sin A\cos A} = \frac{Q}{2\sin B\cos B} = \frac{R}{2\sin C\cos C}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin A\cos A} = \frac{Q}{\sin B\cos B} = \frac{R}{\sin C\cos C} \quad (1)$$

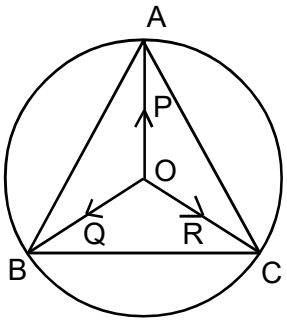
আকৌ, আমি জানো যে

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = k\text{, ধৰা হ'ল}$$

$$\therefore \sin A = ka,\ \sin B = kb,\ \sin C = kc$$

$\therefore$ (1) অৰ পৰা

$$\frac{P}{ka\cos A} = \frac{Q}{kb\cos B} = \frac{R}{kc\cos C}$$



চিত্ৰ ২.৭

অৰ্থাৎ, $\frac{P}{a\cos A} = \frac{Q}{b\cos B} = \frac{R}{c\cos C}$ (2)

এতিয়া $a\cos A = a\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$$= \frac{abc}{2}\ \frac{b^2+c^2-a^2}{b^2c^2}$$

$$= \frac{abc}{2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\frac{a^2}{b^2c^2}\right)$$

সেইদৰে

$$b\cos B = \frac{abc}{2}\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}-\frac{b^2}{c^2a^2}\right)$$

$$c\cos C = \frac{abc}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{c^2}{a^2b^2}\right)$$

$\therefore$ (2)ৰ পৰা

P : Q : R

$$= \frac{abc}{2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\frac{a^2}{b^2c^2}\right):\frac{abc}{2}\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}-\frac{b^2}{c^2a^2}\right):\frac{abc}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{c^2}{a^2b^2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}-\frac{a^2}{b^2c^2}\right):\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}-\frac{b^2}{c^2a^2}\right):\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{c^2}{a^2b^2}\right)$$

৭ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে যে বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।

$\therefore$ লামিৰ উপপাদ্যৰ পৰা

$$\frac{P}{\sin\angle BOD} = \frac{Q}{\sin\angle DOA} = \frac{R}{\sin\angle AOB} \qquad (1)$$

এতিয়া $\angle BOD + \angle BOC = 180^0$

$$\angle DOA + \angle AOC = 180^0$$

$$\angle AOB + \angle BOA = 180^0$$

$$\therefore \sin\angle BOD = \sin\left(180^0 - \angle BOC\right)$$

$$= \sin\angle BOC$$

$$= \sin\angle BAC$$

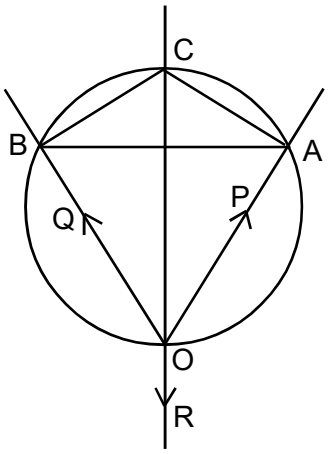
$$\sin\angle DOA = \sin\left(180^0 - \angle AOC\right)$$

$$= \sin\angle AOC$$

$$= \sin\angle ABC$$

$$\sin\angle AOB = \sin\left(180^0 - \angle BCA\right)$$

$$= \sin\angle BCA$$



চিত্ৰ ২.৮

$\therefore$ (1)অৰ পৰা

$$\frac{P}{\sin\angle BAC} = \frac{Q}{\sin\angle ABC} = \frac{R}{\sin\angle BCA} \qquad (2)$$

আকৌ, ACB ত্ৰিভুজৰ পৰা

$$\frac{\sin\angle BAC}{BC} = \frac{\sin\angle ABC}{CA} = \frac{\sin\angle BCA}{AB} \qquad (3)$$

$\therefore$ (2) আৰু (3)ৰ পৰা

$$\frac{P}{BC}=\frac{Q}{CA}=\frac{R}{AB}$$

8 আৰু 9. নিজে চেষ্টা কৰক।

১০ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ আমি পালোঁ

$$\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+2\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{AE}$$

$$=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}\right)+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{AE}$$

$$=\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{AE}$$

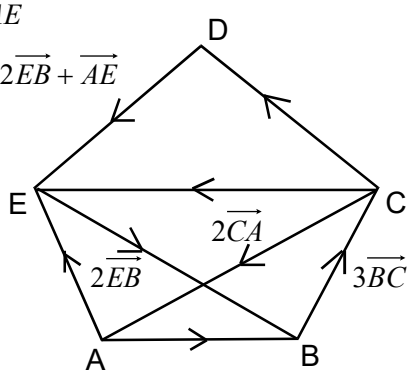
$$=2\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{EB}$$

$$=2\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}\right)$$

$$=2\left(\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}\right)$$

$$=\vec{O}$$

$\therefore$ বলকেইটা সাম্যাৱস্থাত আছে।



চিত্ৰ ২.৯

অগ্ৰগতিৰ নিৰীক্ষণ ২

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ P = 6 newton

AD = 9m

DB = 8m

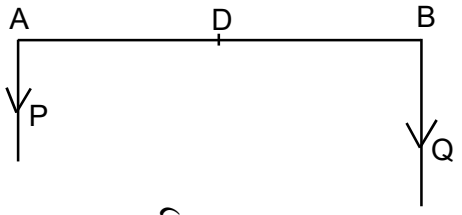
$\therefore$ এতিয়া P. DA = Q. DB

বা, 6 x 9 = Q x 8

$$\therefore Q=\frac{3\times 9}{4}=\frac{27}{4} \text{ newton}$$

$$\therefore R=\left(6+\frac{27}{4}\right) \text{ newton}$$

$$=\frac{51}{4} \text{ newton}$$



চিত্ৰ ২.১০

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল P, Q সদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাই ক্ৰমে A, B ত ক্ৰিয়া কৰে।

ধৰা হ'ল লব্ধই AB ৰ D ত ক্ৰিয়া কৰে।

$\therefore$ P. AD = Q. BD (1)

বল দুটাৰ ক্ৰিয়া ৰেখা সলনি কৰা হ'ল।

দিয়া আছে যে লব্ধই D ত ক্ৰিয়া কৰে।

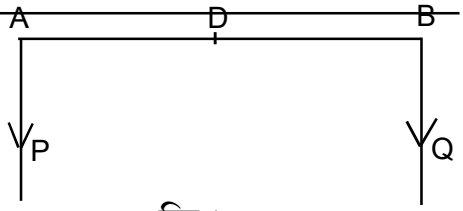
$\therefore$ Q. AD = P. BD (2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা

$$\frac{P}{Q}=\frac{Q}{P}$$

অর্থাৎ, $P^2 = Q^2$

অর্থাৎ, P = Q



চিত্র ২.১১

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ P = 5 newton

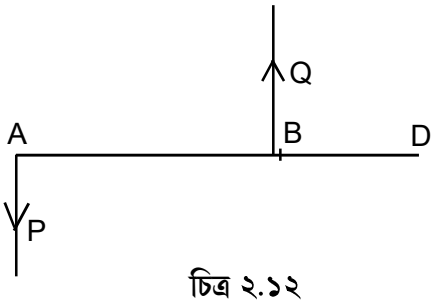
AD = 12 m

AB = 9m

P. DA = Q. DB

বা, 5 x 12 = Q x 3

$$\therefore Q=\frac{5\times 12}{3}=20 \text{ newton}$$



চিত্র ২.১২

$\therefore$ R = Q – P

= (20 – 5) newton = 15 newton.

৪ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল P, Q বিসদৃশ সমান্তৰাল বল দুটাই ক্রমে A, B বিন্দুত ক্রিয়া কৰে, য'ত P > Q.

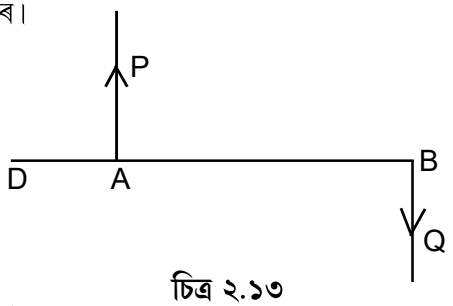
ধৰা হ'ল লব্ধই বর্ধিত BAৰ Dত ক্রিয়া কৰে।

$\therefore$ P. AD = Q. BD

বা, P. AD = Q.(AB + AD)

$\therefore$ (P – Q) AD = Q. AB

$$\therefore AD=\frac{Q}{P-Q}AB \qquad (1)$$



চিত্র ২.১৩

ধৰা হ'ল প্রতিটো বলৰ মান x বঢ়োৱা হ'ল।

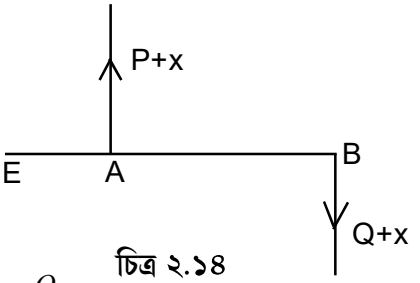
$\therefore$(P + x). AE = (Q + x). BE

বা, (P + x) AE = (Q + x) (AB + AE)

বা (P + x – Q – x) AE = (Q + x) . AB

$\therefore$ (P – Q). AE = (Q + x). AB

$$\therefore AE=\frac{Q+x}{P-Q}.AB$$



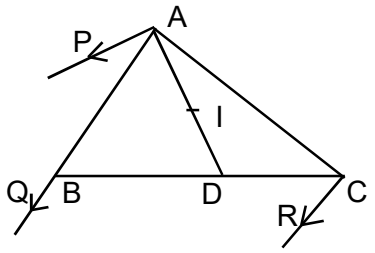
চিত্র ২.১৪

এতিয়া $\frac{Q+x}{P-Q}.AB=\frac{Q}{P-Q}.AB+\frac{x}{P-Q}.AB>\frac{Q}{P-Q}AB$

অর্থাৎ, AE > AD.

৫ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক।

৬ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ (iii) ধৰা হ'ল ABC ত্রিভুজৰ I অন্তঃকেন্দ্র। AD হ'ল BAC কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক।



চিত্র ২.১৫

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (1)

দিয়া আছে যে লব্ধ অন্তঃকেন্দ্র I ৰ মাজেৰে যায়।

$\therefore$ Q. BD = R. DC, অর্থাৎ, $\frac{Q}{R} = \frac{DC}{BD}$ (2)

$\therefore$ (1) আৰু (2)ৰ পৰা

$\frac{Q}{R} = \frac{AC}{AB}$ অর্থাৎ $\frac{Q}{CA} = \frac{R}{AB}$

সেইদৰে, $\frac{P}{BC} = \frac{Q}{CA}$

$\therefore \frac{P}{BC} = \frac{Q}{CA} = \frac{R}{AB}$

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ (i), (ii), (iv), নিজে চেষ্টা কৰক।



২.৯ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ তিনিটা সামতলিক বলে এটা বিন্দুত যিকোনো উপায়ে ক্ৰিয়া কৰিব পাৰে। সিহঁতে সাম্যাৱস্থাত থাকিব পাৰেনে যদি সিহঁতৰ মান (i) 2, 3, 5 (ii) 3, 4, 5 (iii) 1, 3, 5 ?

প্ৰশ্ন ২ঃ P, Q, R বল তিনিটাই ABC ত্ৰিভুজৰ পাদিক কেন্দ্ৰ O ত ক্ৰমে OA, OB, OC দিশত ক্ৰিয়া কৰি আছে। যদি বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত থাকে, প্ৰমাণ কৰক যে P : Q : R = a : b : c.

প্ৰশ্ন ৩ঃ এটা বিন্দুত ক্ৰিয়াশীল P, Q, R বল তিনিটা সাম্যাৱস্থাত আছে। যদি P আৰু Q ৰ মাজৰ কোণটো P আৰু Rৰ মাজৰ কোণৰ দুগুণ হয়, প্ৰমাণ কৰক যে $R^2 = Q(Q - P)$.

প্ৰশ্ন ৪ঃ দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ ক্ৰমে A আৰু B বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধই AB ৰ C ত ক্ৰিয়া কৰে। যদি

(i) P = 12 newton, Q = 8 newton, AB = 10m, R আৰু ACৰ নিৰ্ণয় কৰক,

(ii) P = 12 newton, R = 20 newton, AC = 14m, Q আৰু AB নির্ণয় কৰক,

(iii) R = 12 newton, AC = 0.5m, AB = 3m. P আৰু Q নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৫ঃ দুটা বিসদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ ক্রমে A আৰু B বিন্দুত ক্রিয়া কৰে আৰু সিহঁতৰ লব্ধই AB (বর্ধিত)ৰ C ত ক্রিয়া কৰে। যদি

(i) P = 5 newton, AB = 9m, AC = 12m, Q আৰু R নির্ণয় কৰক,

(ii) AB = 2.5m, R = 5 newton, AC = 5m, P আৰু Q নির্ণয় কৰক,

(iii) P = 910 newton, Q = 210 newton, AC = 3m, AB আৰু R নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন ৬ঃ দুটা সদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ (P > Q) ক্রমে A আৰু B বিন্দুত ক্রিয়া কৰে। যদি সিহঁতৰ অৱস্থান সালসলনি কৰা হয়, প্রমাণ কৰক যে সিহঁতৰ লব্ধ ABত $\frac{P-Q}{P+Q}AB$ দূৰত্ব বিস্থাপিত হ'ব।

প্রশ্ন ৭ঃ দুটা বিসদৃশ সমান্তৰাল বল P আৰু Q এ (P > Q) x মিটাৰ আঁতৰত ক্রিয়া কৰে। যদি ডাঙৰ বলটোৰ দিশ বিপৰীতমুখী কৰি দিয়া হয়, প্রমাণ কৰক যে লব্ধৰ অৱস্থান $\frac{2PQx}{P^2-Q^2}$ মিটাৰ বিস্থাপিত হ'ব।

*** ***** ***

অধ্যায় ৩ ঃ ভ্রামক আৰু বল যুগ্ম

অধ্যায় গাঁথনি

৩.১ উদ্দেশ্য

৩.২ পৰিচয়

৩.৩ এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামক

৩.৪ বলযুগ্ম

৩.৫ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৩.৬ অধিক জানিবলৈ

৩.৭ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৩.৮ আৰ্হি প্রশ্ন

৩.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামক সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- বলযুগ্ম সম্বন্ধে জানিব পাৰিব

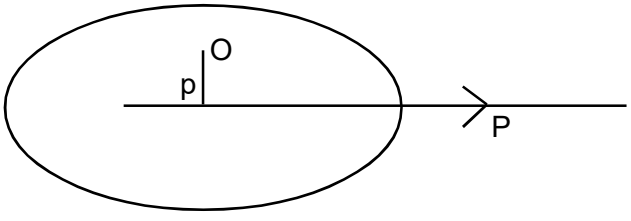
৩.২ পৰিচয়

এই অধ্যায়ত আমি ভ্রামক আৰু বলযুগ্ম সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

৩.৩ এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামক

এটা বলৰ মান আৰু এটা নির্দিষ্ট বিন্দুৰ পৰা বলটোৰ ক্রিয়া ৰেখালৈ লম্ব দূৰত্বৰ পূৰণফলক বিন্দুটো সাপেক্ষে বলটোৰ ভ্রামক (moment) বুলি কোৱা হয়।

ধৰা হ'ল P বলটোৱে এটা দৃঢ় বস্তুত ক্রিয়া কৰি আছে। ধৰা হ'ল ই স্থিৰ বিন্দু O সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুটোক ঘূৰোৱাৰ প্রয়াস কৰে। তেনেহ'লে O সাপেক্ষে P ৰ ভ্রামক = pP.



চিত্র ৩.১

ভ্রামক এটা সদৃশ ৰাশি।

যদি আৱর্তনৰ প্রয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতমুখী হয়, তেনেহ'লে এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামকক ধনাত্মক বুলি ধৰা হয়, আৰু আৱর্তনৰ প্রয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত হ'লে ভ্রামক ঋণাত্মক বুলি বিবেচনা কৰা হয়।

ভ্রামকৰ একক ঃ ভ্রামকৰ একক dyne-cm, newton-m, poundal-ft হিচাপে প্রকাশ কৰা হয়।

এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামকৰ জ্যামিতীয় অর্থ

ধৰা হ'ল P বলটোৱে এটা দৃঢ় বস্তুত ক্রিয়া কৰি আছে। ধৰা হ'ল ই বস্তুটোক স্থিৰ বিন্দু O সাপেক্ষে ঘূৰোৱাৰ প্রয়াস কৰে।

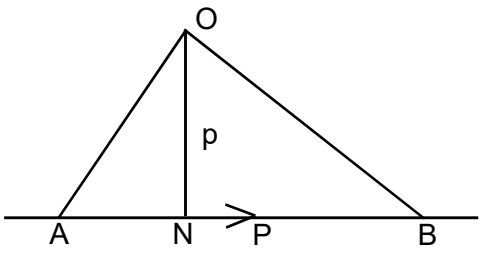
ধৰা AB এ P বলটো প্রদর্শন কৰে।

O সাপেক্ষে P ৰ ভ্রামক

= pP.

আকৌ, OAB ত্রিভুজৰ কালি

$$= \frac{1}{2} pP$$



চিত্র ৩.২

∴ O সাপেক্ষে P ৰ ভ্রামক

= 2 (OAB ত্রিভুজৰ কালি)

দেখা গ'ল যে যি ত্রিভুজৰ ভূমি বল বুজোৱা ৰেখাখণ্ডডাল আৰু শীর্ষ বিন্দু যি বিন্দু সাপেক্ষে ভ্রামক লোৱা হয় সেই বিন্দু, তেনে ত্রিভুজৰ কালিৰ দুগুণ হ'ল, বিন্দুটো সাপেক্ষে বলটোৰ ভ্রামক।

উদাহৰণ 3 ঃ ABCD বর্গৰ প্রতি বাহুৰ দৈর্ঘ 4m. 5, 6, 7, 8 newton বলকেইটাই ক্রমে AB, CB, CD, AD বাহুৱে ক্রিয়া কৰে। A, B, C, D বিন্দুকেইটা সাপেক্ষে বলবোৰৰ ভ্রামকৰ সমষ্টি নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ A সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (0 x 5 – 4 x 6 + 4 x 7 x 0 x 8) newton – m

= 4 newton – m

B সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (0 x 5 + 0 x 6 + 4 x 7 – 4 x 8) newton–m

= – 4 newton –m

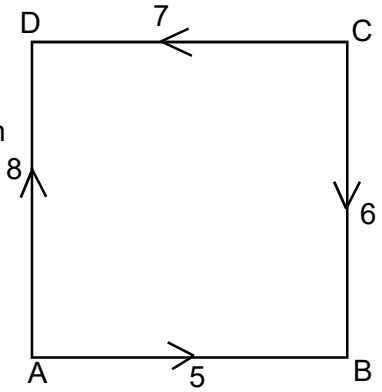
C সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (0 x 6 + 0 x 7 – 4 x 8 + 4 x 5)

= – 12 newton –m

D সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (0 x 7 + o x 8 + 4 x 6) newton – m



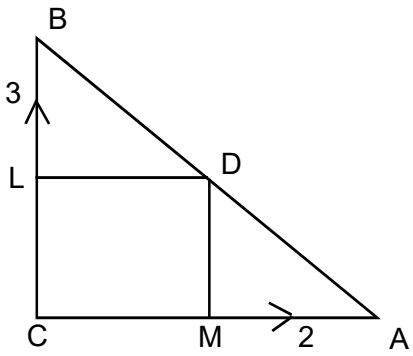
চিত্র ৩.৩

= – 4 newton –m

উদাহৰণ 4 ঃ ABC এটা সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতিৰ ব'র্ড আৰু C কোণটো সমকোণ। এখন মসৃণ টেবুলত এইখন থোৱা হৈছে। 2 newton বলে C বিন্দুত CA ৰে, আৰু 3 newton বলে B বিন্দুত CBৰে ক্রিয়া কৰে। যদি AC = BC = 1m, তেনেহ'লে A, B আৰু D বিন্দু সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল নির্ণয় কৰক। D হ'ল AB ৰ মধ্য বিন্দু।

সমাধান ঃ D হ'ল AB ৰ মধ্য বিন্দু।

$$\therefore DL = \frac{1}{2}CA = \frac{1}{2}m$$



চিত্র ৩.৪

$$DM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}m$$

A সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (0 x 2 – 1 x 3) newton – m = –3 newton –m

B সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= (1 x 2 + 0 x 3) newton – m = 2 newton –m

D সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

$= \left(\frac{1}{2}\times 2 - \frac{1}{2}\times 3\right)$ newton m = –0.5 newton –m



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ঃ ABCD বর্গৰ প্রতি বাহুৰ দৈর্ঘ 4m. 4, 3, 6, 10 newton বলকেইটাই ক্রমে AB, BC, DC, DA বাহুৰে ক্রিয়া কৰে। A, B, C, D, O বিন্দুকেইটা সাপেক্ষে বলবোৰৰ ভ্রামকৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি নির্ণয় কৰক। O হ'ল বর্গটোৰ কেন্দ্র।

প্রশ্ন নং ২ঃ ABCD বর্গৰ প্রতি বাহুৰ দৈর্ঘ 4m. 4, 3, 2, 10 newton বলকেইটাই ক্রমে CB, BA, DA, DB বাহুৰে ক্রিয়া কৰে। C সাপেক্ষে বলকেইটাৰ ভ্রামকৰ

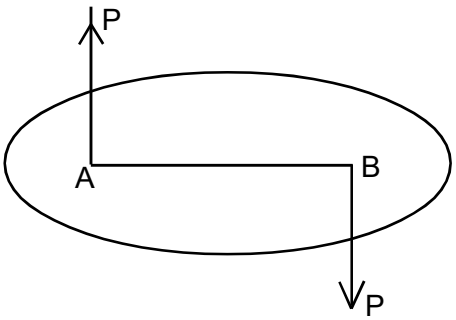
বীজগণিতীয় সমষ্টি নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৩ঃ ABCD বর্গৰ প্রতি বাহুৰ দৈর্ঘ 4m. 3, 5, 3, 5 newton বলকেইটাই ক্রমে AB, CB, DC, DA বাহুৰ ক্রিয়া কৰে। B, C আৰু O বিন্দুকেইটা সাপেক্ষে বলকেইটাৰ ভ্রামকৰ বীজগণিতীয় সমষ্টি নির্ণয় কৰক। O হ'ল বর্গটোৰ কেন্দ্র।

৩.৪ বলযুগ্ম

এটা দৃঢ় বস্তুত ক্রিয়াশীল দুটা সমান আৰু বিসদৃশ সমান্তৰাল বলে (ক্রিয়া ৰেখা বিভিন্ন) এটা বলযুগ্ম (couple) গঠন কৰে বুলি কোৱা হয়।

এটা বলযুগ্মৰ বল দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্বক বলযুগ্মটোৰ বাহু (arm) বুলি কোৱা হয়। বলযুগ্মটোৰ এটা বল আৰু বাহুৰ পূৰণফলক বলযুগ্মটোৰ ভ্রামক বুলি কোৱা হয়। বলযুগ্মৰ একক আৰু ভ্রামকৰ একক একে।



চিত্র ৩.৫

ধৰা হ'ল P মানৰ দুটা বলে এটা বলযুগ্ম গঠন কৰে। ধৰা হ'ল বল দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব AB(=p)। বলযুগ্মটো সাধাৰণতে এনেদৰে লিখা হয়, (P, p)।

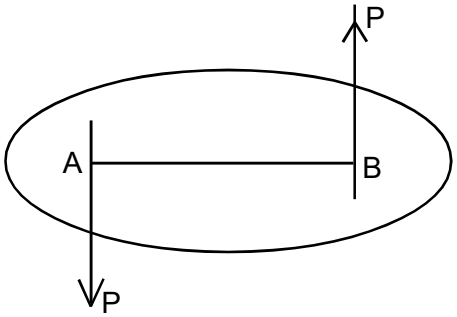
যদি আৱর্তনৰ প্রয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতমুখী হয়, বলযুগ্মৰ ভ্রামক ধনাত্মক বুলি ধৰা হয় আৰু আৱর্তনৰ প্রয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত হয়, তেনেহ'লে বলযুগ্মৰ ভ্রামক ঋণাত্মক বুলি বিবেচনা কৰা হয়।

এতিয়া আমি প্রমাণ ব্যতিৰেকে তলৰ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰোঁ। ইয়াৰ সহায়ত এখন সমতলত থকা যিকোনো সংখ্যক বলযুগ্মৰ লব্ধ উলিয়াব পাৰি।

উপপাদ্য ঃ একেখন সমতলত এটা দৃঢ়বস্তুৰ ওপৰত ক্রিয়া কৰা দুটা বলযুগ্মৰ লব্ধও এটা বলযুগ্ম আৰু ইয়াৰ ভ্রামক বলযুগ্ম দুটাৰ ভ্রামকৰ বীজগণিতীয় সমষ্টিৰ সমান।

উদাহৰণ 5 ঃ 3, 5, 3, 5 newton বলে এটা বর্গৰ বাহুৰে ক্রমাগতভাৱে ক্রিয়া কৰে। লব্ধ নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল বৰ্গটোৰ প্ৰতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ a.



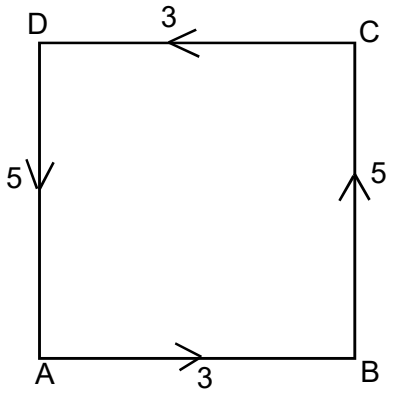
চিত্ৰ ৩.৬

চিত্ৰৰ পৰা আমি দেখিছোঁ যে AB ৰে 3 newton বল আৰু CD ৰে 3 newton বলে এটা বলযুগ্ম সৃষ্টি কৰে আৰু ইয়াৰ ভ্রামক 3a.

সেইদৰে, BC ৰে 5 newton বল আৰু DA ৰে 5 newton বলে এটা বলযুগ্ম সৃষ্টি কৰে। আৰু ইয়াৰ ভ্রামক 5a.

∴ প্ৰদত্ত বল-প্ৰণালীৰ লব্ধ (3a + 5a), অৰ্থাৎ, 8a.

উদাহৰণ 6 ঃ 8, 7, 8, 7 newton বলে এটা বৰ্গৰ বাহুৰে ক্ৰমাগতভাৱে ক্ৰিয়া কৰে। লব্ধ নিৰ্ণয় কৰক। (নিজে চেষ্টা কৰক)।



চিত্ৰ ৩.৭



৩.৫ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- এটা বলৰ মান আৰু এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ পৰা বলটোৰ ক্ৰিয়া ৰেখালৈ লম্ব দূৰত্বৰ পূৰণফলক বিন্দুটো সাপেক্ষে বলটোৰ ভ্রামক বুলি কোৱা হয়।
- যদি আৱৰ্তনৰ প্ৰয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতমুখী হয়, তেনেহ'লে এটা বিন্দু সাপেক্ষে বলৰ ভ্রামকক ধনাত্মক বুলি ধৰা হয় আৰু আৱৰ্তনৰ প্ৰয়াস ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত হ'লে ভ্রামক ঋণাত্মক বুলি বিবেচনা কৰা হয়।

- এটা দৃঢ় বস্তুত ক্রিয়াশীল দুটা সমান আৰু বিসদৃশ সমান্তৰাল বলে (ক্রিয়া ৰেখা বিভিন্ন) এটা বলযুগ্ম গঠন কৰে বুলি কোৱা হয়।
  এটা বলযুগ্মৰ বল দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্বক বলযুগ্মটোৰ বাহু বুলি কোৱা হয়।
  বলযুগ্মটোৰ এটা বল আৰু বাহুৰ পূৰণফলক বলযুগ্মটোৰ ভ্রামক বুলি কোৱা হয়।



৩.৬ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridge University Press.
2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.
3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.

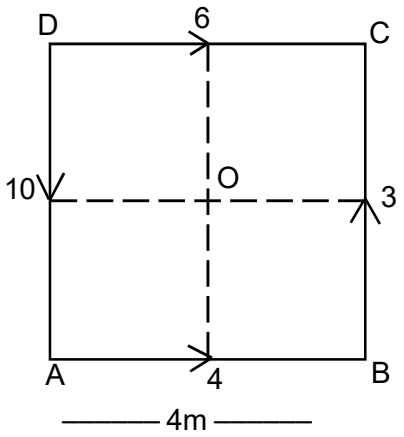


৩.৭ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ যিহেতু ABCD বর্গৰ O কেন্দ্র, গতিকে বর্গৰ বাহুৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব

$$= \frac{1}{2} \times 4m = 2m$$



চিত্র ২.২২

A সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= 0 x 4 + 4 x 3 – 4 X 6 + 0 x 10 = –12 newton

B সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= 0 x 4 + 0 x 3 – 4 x 6 + 4 x 10 = 16 newton m.

C সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= 0 x 3 + 0 x 6 + 4 x 10 + 4 x 4

= 56 newton m

D সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= 0 x 6 + 0 x 10 + 4 x 4 + 4 x 3

= 28 newton m

O সাপেক্ষে ভ্রামকৰ যোগফল

= 2 x 4 + 2 x 3 – 2 x 6 + 2 x 10

= 22 newton m

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক।

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ নিজে চেষ্টা কৰক।



৩.৮ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ৮ঃ ABCD বৰ্গৰ প্ৰতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ 1.5m. 4, 3, 2 আৰু $5\sqrt{2}$ মানৰ বলে CB, BA, DA আৰু DC বাহুৰে ক্ৰিয়া কৰে। C বিন্দু সাপেক্ষে বলবোৰৰ ভ্রামকৰ সমষ্টি নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ৯ঃ 4, 7, 4 আৰু 7 মানৰ বলকেইটাই এটা বৰ্গৰ বাহুকেইটাৰে ক্ৰমাগতভাৱে ক্ৰিয়া কৰে। প্ৰমাণ কৰক যে বলকেইটাৰ লব্ধ এটা বলযুগ্ম আৰু ইয়াৰ ভ্রামক 11a একক, a হ'ল বৰ্গটোৰ প্ৰতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ।

*** ***** ***

অধ্যায় ৪ ঃ ঘর্ষন

অধ্যায় গাঁথনি

৪.১ উদ্দেশ্য
৪.২ পৰিচয়
৪.৩ ঘর্ষন
৪.৩.১ সংজ্ঞা
৪.৩.২ ঘর্ষন প্রকাৰ
৪.৩.৩ সীমা ঘর্ষন
৪.৩.৪ ঘর্ষন গুনাংক
৪.৩.৫ ঘর্ষনৰ বিধি
৪.৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ
৪.৫ অধিক জানিবলৈ
৪.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান
৪.৭ আৰ্হি প্রশ্ন

৪.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- ঘর্ষনৰ সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- ঘর্ষনৰ প্রকাৰৰ বিষয়ে জানিব পাৰিব
- সীমা ঘর্ষন আৰু ঘর্ষনৰ গুনাংকৰ সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- ঘর্ষনৰ বিধি সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

৪.২ পৰিচয়

এই অধ্যায়ত আমি ঘর্ষন, ঘর্ষনৰ প্রকাৰ, সীমা ঘর্ষন আৰু ঘর্ষনৰ গুনাংক সম্বন্ধে অধ্যয়ন কৰিম। আমি ঘর্ষনৰ বিধিৰ সম্বন্ধেও এই অধ্যায়টিত আলোচনা কৰিম।

৪.৩ ঘর্ষন

৪.৩.১ ঘর্ষনৰ সংজ্ঞা

এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি বা বাগৰি গ'লে এটা বলে গতি বাধাপ্রাপ্ত কৰিবলৈ প্রয়াস কৰে। এটা বাধাটোকে ঘর্ষন বল (force of friction) বুলি

কোৱা হয়। ঘর্ষনে এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি যোৱাত বাধা দিয়ে। ঘর্ষন এটা স্ব নিয়ন্ত্রিত (self-adjusling) বল।

৪.৩.২ ঘর্ষনৰ প্রকাৰ

ঘর্ষন দুই প্রকাৰৰ ঃ

১) স্থৈতিক ঘর্ষন

২) ক্রিয়াশীল ঘর্ষন

১) স্থৈতিক ঘর্ষন ঃ স্থিৰাৱস্থাত থকা এটা বস্তুৰ ওপৰত ক্রিয়া কৰা ঘর্ষন বলক স্থৈতিক ঘর্ষন (statical friction) বুলি কোৱা হয়।

২) ক্রিয়াশীল ঘর্ষন ঃ যেতিয়া এটা বস্তু প্রকৃততে গতিশীল হৈ থাকে, তেতিয়া তাৰ ওপৰত ক্রিয়শীল ঘর্ষন (Dynamical friction) বুলি কোৱা হয়।

ক্রিয়াশীল ঘর্ষন দুই প্রকাৰৰ ঃ

১) পিছল ঘর্ষন ঃ যেতিয়া এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ ওপৰত পিছলি যোৱাৰ ফলত বস্তুটোৰে যি ঘর্ষনৰ সন্মুখীন হয় সেই ঘর্ষনক পিছল ঘর্ষন বুলি কোৱা হয়।

২) ঘুর্ণী ঘর্ষন ঃ যেতিয়া এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ ওপৰত বাগৰি যোৱাৰ ফলত বস্তুটোৰে যি ঘর্ষনৰ সন্মুখীন হয় সেই ঘর্ষনক ঢাল ঘর্ষন বুলি কোৱা হয়।

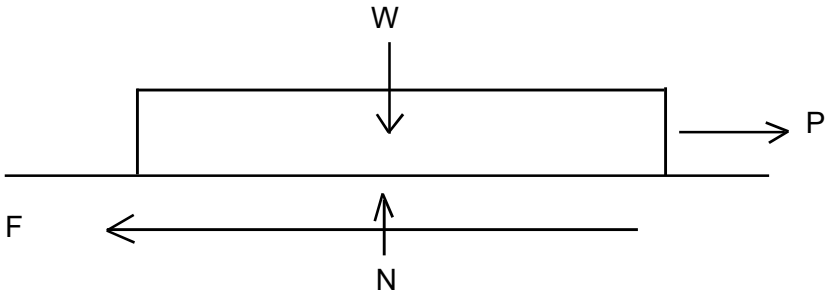
৪.৩.৩ সীমা ঘর্ষন

গতিৰ সময়ত এটা বস্তুৰ ওপৰত ক্রিয়াশীল ঘর্ষন বলক সীমা ঘর্ষন (limiting friction) বুলি কোৱা হয়। যিটো বলে গতি উৎপন্ন কৰিবলৈ প্রয়াস কৰে, সীমা ঘর্ষনৰ মান তাৰ সমান, কিন্তু বিপৰীতমুখী।

৪.৩.৪ ঘর্ষনৰ গুনাংক

পৰস্পৰ সংস্পর্শত থকা কঠিন বস্তু দুটাৰ এটাক আনটোৰ ওপৰেদি টানি নিওঁতে স্পর্শ তলত স্পর্শকীয়ভাৱে উদ্ভৱ হোৱা সীমা ঘর্ষন আৰু উলম্ব দিশত হোৱা প্রতিক্রিয়াৰ অনুপাতক ঘর্ষন গুনাংক (Co-efficient of friction) বোলে।

ই স্পর্শ তলৰ প্রকৃতিৰ ওপৰত নির্ভৰ কৰে।



ঘর্ষনৰ গুনাংক = $\frac{F}{N}$

য'ত F হ'ব সীমা ঘর্ষন আৰু N হ'ব উলম্ব দিশত হোৱা স্পর্শৰ পৃষ্ঠৰ মাজৰ প্রতিক্রিয়া। ঘর্ষনৰ গুনাংক μ ৰে বুজোলা হয়।

গতিকে $\mu = \frac{F}{N}$

৪.৩.৫ ঘর্ষনৰ বিধি

1. স্পর্শ বিন্দুৱে যিটো দিশত গতি কৰা প্রয়াস কৰে, ঘর্ষন বলৰ দিশ তাৰ বিপৰীতমুখী।
2. এটা নির্দিষ্ট গৰিষ্ঠ সীমা সাপেক্ষে, স্পর্শ বিন্দুৰ গতিক বাধা দিবলৈ, ঘর্ষন বলৰ মান পর্যাপ্ত।
3. সীমা ঘর্ষন, স্পর্শ কালিৰ পৰা মুক্ত।



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ ঃ ঘর্ষনৰ সংজ্ঞা দিয়ক।

.....

.....

প্রশ্ন নং ২ ঃ ঘর্ষনৰ বিধিসমূহ উল্লেখ কৰক।

.....

.....

প্রশ্ন নং ৩ ঃ ঘর্ষনৰ গুনাংকৰ সংজ্ঞা দিয়ক।

.....

.....



৪.৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি বা বাগৰি গ'লে, এটা বলে গতি বাধাগ্রস্ত কৰিবলৈ প্রয়াস কৰে। এই বাধাটোকে ঘর্ষন বল বুলি কোৱা হয়।
- ঘর্ষনে এটা বস্তু আন এটা বস্তুৰ পিঠিয়েদি চোঁচৰি যোৱাত বাধা দিয়ে। ঘর্ষন এটা স্বনিয়ন্ত্রিত বল।
- ঘর্ষন দুই প্রকাৰৰ ঃ ১) স্থৈতিক ঘর্ষন ২) ক্রিয়াশীল ঘর্ষন।
- ক্রিয়াশীল ঘর্ষন দুই প্রকাৰৰ ঃ ১) পিছল ঘর্ষন ২) ঘুর্ণী ঘর্ষন।
- গতিৰ সময়ত এটা বস্তুৰ ওপৰত ক্রিয়াশীল ঘর্ষন বলক সীমা ঘর্ষন বুলি কোৱা হয়।
- পৰস্পৰ সংস্পর্শত থকা কঠিন বস্তু দুটাৰ এটাক আনটোৰ ওপৰেদি টানি নিওঁতে স্পর্শ তলত স্পর্শকীয়ভাৱে উদ্ভৱ হোৱা সীমা ঘর্ষন আৰু উলম্ব দিশত হোৱা প্রতিক্রিয়াৰ অনুপাতক ঘর্ষন গুনাংক (μ) বোলে।

  $$\text{i.e.,} \quad \mu = \frac{F}{N}$$

  য'ত F = সীমা ঘর্ষন

  F = স্পর্শ তলিৰ মাজৰ উলম্ব দিশত হোৱা প্রতিক্রিয়া।



৪.৫ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridge University Press.
2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.
3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.



৪.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰ ঃ ৪.৩.১ চাওঁক।

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰ ঃ ৪.৩.৩ চাওঁক।

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰ ঃ ৪.৩.৩ চাওঁক।



৪.৭ আৰ্হি প্রশ্ন

প্রশ্ন ১ ঃ স্থৈতিক ঘর্ষন আৰু ক্রিয়াশীল ঘর্ষনৰ সম্বন্ধ ব্যাখ্যা কৰক।

প্রশ্ন ২ ঃ সীমা ঘর্ষন সংজ্ঞা দিয়ক।

*** ***** ***

অধ্যায় ৫ ঃ কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান

অধ্যায় গাঁথনি

৫.১ উদ্দেশ্য

৫.২ পৰিচয়

৫.৩ কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান আৰু আনুষংগিক পদ

৫.৪ আপেক্ষিক বেগ

৫.৫ কৌণিক বেগ

৫.৬ ধ্ৰুৱক ত্বৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি

৫.৭ নিউটনৰ গতিৰ বিধি

৫.৮ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৫.৯ অধিক জানিবলৈ

৫.১০ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৫.১১ আৰ্হি প্ৰশ্ন

৫.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

- কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান আৰু আনুষংগিক পদ সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- ধ্ৰুৱক ত্বৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- নিউটনৰ গতিৰ বিধি সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

৫.২ পৰিচয়

গতিবিজ্ঞান (Dynamics) হ'ল বলবিজ্ঞানৰ (Mechanics) এটা শাখা। বলৰ ক্ৰিয়াৰ ফলত বস্তুৰ গতি সম্বন্ধে ইয়াত আলোচনা কৰা হয়।

গতিবিজ্ঞান সাধাৰণতে দুটা শাখাত বিভক্ত— বলগতিবিজ্ঞান (Kinetics) আৰু শুদ্ধগতিবিজ্ঞান (Kinematics)। এই অধ্যায়ত আমি কণিকাৰ (particle) শুদ্ধগতিবিজ্ঞান আৰু আনুষংগিক পদ, কৌণিক বেগ, আপেক্ষিক বেগ ইত্যাদি সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম। আকৌ, আমি ধ্ৰুৱক ত্বৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম। নিউটনৰ গতিৰ বিধি সম্বন্ধেও আমি অধ্যয়ন কৰিম।

৫.৩ কণিকাৰ শুদ্ধগতিবিজ্ঞান আৰু আনুষংগিক

দ্ৰব্য বস্তুৰ ভৰ আৰু গতি সৃষ্টি কৰা বল বিবেচনা নকৰাকৈ দ্ৰব্য বস্তুৰ গতি সম্বন্ধে শুদ্ধগতিবিজ্ঞানত আলোচনা কৰা হয়।

পদাৰ্থ ঃ ইন্দ্ৰিয়গম্য আৰু স্থান আগুৰা যিকোনোৱে পদাৰ্থ (matter)।

বস্তু ঃ বস্তু (body) বা দ্ৰব্য বস্তু (material body) হ'ল পদাৰ্থৰ স্বল্প পৰিমাণৰ অংশ।

আয়তন ঃ বস্তুৱে আগুৰি থকা স্থানৰ পৰিমাণ হ'ল আয়তন (volume)।

ভৰ ঃ কোনো বস্তুত থকা পদাৰ্থৰ পৰিমাণ হ'ল ভৰ (mass)।

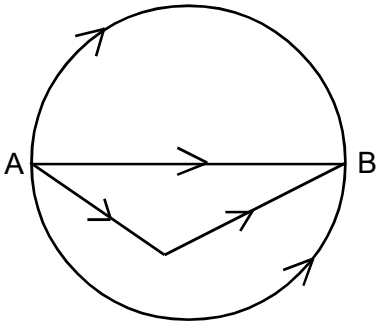
কণিকা ঃ অত্যল্প ভৰৰ বস্তুৱে হ'ল কণিকা (particle)। ইয়াক এটা চলমান জ্যামিতীয় বিন্দুৰ দ্বাৰা চিনাক্ত কৰিব পাৰি।

অৱস্থান ঃ কোনো নিৰ্দিষ্ট সময়ত যিটো বিন্দুত এটা কণিকা পোৱা যায়, তাক কণিকাটোৰ অৱস্থান (position) বুলি কোৱা হয়।

গতি আৰু স্থিৰাৱস্থা ঃ সময়ৰ লগে লগে বস্তুৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনক গতি (motion) বুলি কোৱা হয়। যেতিয়া অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তন নহয়, তেনেহ'লে বস্তুটো স্থিৰাৱস্থাত (rest) থাকে বুলি কোৱা হয়।

বিস্থাপন ঃ যেতিয়া কণিকা এটাই এটা নিৰ্দিষ্ট পথেৰে চলাচল কৰে, ইয়াৰ অৱস্থান সলনি হয়। দুটা বিন্দুৰ মাজৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনক, পথ যিয়েই নহওক কিয়, বিস্থাপন (displacement) বুলি কোৱা হয়।

তলৰ চিত্ৰত, A হ'ল কণিকাটোৰ আদি অৱস্থান (initial position) আৰু B হ'ল অন্তিম অৱস্থান (final position)। $\overrightarrow{AB}$ বিস্থাপন।



বিস্থাপনৰ তিনিটা বৈশিষ্ট্য আছে, যথা, (a) মান (magnitude), – AB দৈৰ্ঘৰে বুজোৱা, (b) দিশ (directions), – AB ৰ পিনে (c) অভিদিশা (sense), A ৰ পৰা B লৈ বিস্থাপন।

দেখা গ'ল যে বিস্থাপন এটা সদিশ ৰাশি (vector quantity)।

বেগ ঃ এটা চলমান কণিকাৰ বিস্থাপনৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক বেগ (velocity) বোলে। ইয়াৰ নিৰ্দিষ্ট দিশ আৰু মান আছে।

বেগ — এটা সদিশ ৰাশি।

দ্রুতি ঃ অৱস্থানৰ পৰিৱর্তনৰ হাৰক দ্রুতি (speed) বোলে। ইয়াৰ কোনো নির্দিষ্ট দিশ নাই।

দ্রুতি এটা অদিশ ৰাখি (scalar quantity)।

টোকা ঃ ৰৈখিক বেগৰ ক্ষেত্রত, দ্রুতি আৰু বেগ সমার্থক।

বেগৰ মানৰ একক ঃ যদি কণিকা এটাৰ বিস্থাপন মিটাৰত জোখা হয় আৰু সময় ছেকেণ্ডত জোখা হয়, তেনেহ'লে দ্রুতিৰ একক হ'ল প্রতি ছেকেণ্ডত এক মিটাৰ (one metre per second)। ইয়াক m/s এৰে বুজোৱা হয়। যদি কণিকা এটাৰ বিস্থাপন কিল'মিটাৰত আৰু সময় ঘণ্টাত বুজোৱা হয়, তেনেহ'লে দ্রুতিৰ একক হ'ল প্রতি ঘণ্টাত এক কিল'মিটাৰ। ইয়াক km/h এৰে বুজোৱা হয়।

মন কৰিব লগীয়া যে 18km/h = 5 m/s.

সুষম বেগ

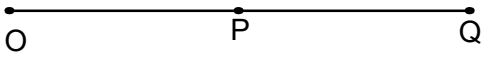
যদি এটা কণিকাই একেডাল সৰল ৰেখাত একে অভিদিশাত গতি কৰে আৰু সমান সময়ৰ অন্তৰালত সমান দূৰত্ব অতিক্রম কৰে, তেনেহ'লে ইয়াৰ বেগ সুষম (uniform) বুলি কোৱা হয়।

বেগৰ বৈশ্লেষিক প্রকাশ

ধৰা হ'ল t সময়ত এটা নির্দিষ্ট বিন্দু O ৰ পৰা এটা চলমান বিন্দু x দূৰত্বত থাকে। ধৰা হ'ল $t+\delta t$ সময়ত কণিকাটো Q বিন্দুত থাকে, য'ত $OQ = x + \delta x$

$\therefore PQ = \delta x$

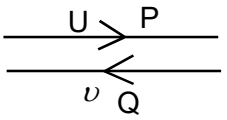
t সময়ত Pৰ বেগ υ



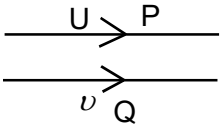
$= \lim_{\delta t \to o} \frac{\delta x}{\delta t}$ ($\because$ বেগ হ'ল বিস্থাপনৰ পৰিৱর্তনৰ হাৰ)

$= \frac{dx}{dt}$

অর্থাৎ $\upsilon = \frac{dx}{dt}$.



সুষম বেগৰ বাবে, $\upsilon = \frac{dx}{dt}$ = ধ্রুৱক



অ-সুষম বেগৰ বাবে, $\upsilon = \frac{dx}{dt} \neq$ ধ্রুৱক

ত্বৰণ

এটা চলমান কণিকাৰ বেগৰ পৰিৱর্তনৰ হাৰক ত্বৰণ (acceleration) বুলি কোৱা হয়।

যদি এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত চলাচল কৰে আৰু ইয়াৰ বেগ বাঢ়ে, তেনেহ'লে ত্বৰণ ধনাত্মক, আৰু যদি বেগ হ্রাস পায়, তেনেহ'লে ত্বৰণ ঋণাত্মক। ঋণাত্মক ত্বৰণক মন্থৰণ

(retardation) বুলি কোৱা হয়।

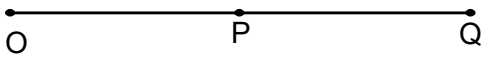
ত্বৰণৰ একক

ত্বৰণৰ একক হ'ল প্ৰতি ছেকেণ্ডত এক মিটাৰ বা এক ছেণ্টিমিটাৰ প্ৰতি ছেকেণ্ডত বেগৰ পৰিৱৰ্তন। ইয়াক 1m/s^2 বা 1 cm/s^2 এৰে বুজোৱা হয়।

ত্বৰণৰ বৈশ্লেষিক প্ৰকাশ

ধৰা হ'ল t সময়ত এটা কণিকাৰ বেগ υ, আৰু $t+\delta t$ সময়ত বেগ $\upsilon+\delta\upsilon$।

t সময়ত ত্বৰণ f



$$= \lim_{\delta t \to 0} \frac{(\upsilon+\delta\upsilon)-\upsilon}{\delta t}$$ ($\because$ ত্বৰণ হ'ল বেগৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ)

$$= \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\upsilon}{\delta t}$$

$$= \frac{d\upsilon}{dt}$$

অৰ্থাৎ, $f = \frac{d\upsilon}{dt}$

এতিয়া $f = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$

আকৌ, $f = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d\upsilon}{dx}\frac{dx}{dt} = \upsilon\frac{d\upsilon}{dx}$

গতিকে $f = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \upsilon\frac{d\upsilon}{dx}$

৩.৪ আপেক্ষিক বেগ

ধৰা হ'ল P আৰু Q বিন্দু দুটাই একেখন সমতলত চলাচল কৰে। P ৰ পৰা দেখিবলৈ পোৱা Q ৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক P সাপেক্ষে Q ৰ আপেক্ষিক বেগ (relative velocity) বুলি কোৱা হয়।

যদি P এ u বেগেৰে চলাচল কৰে আৰু Q এ υ বেগেৰে P ৰ বিপৰীত দিশত চলাচল কৰে, তেনেহ'লে Q সাপেক্ষে P ৰ আপেক্ষিক বেগ $= u-(-\upsilon) = u+\upsilon$.

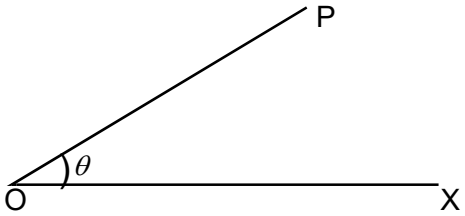
যদি P আৰু Q এ ক্ৰমে u আৰু υ বেগেৰে একে দিশত চলাচল কৰে, তেনেহ'লে Q সাপেক্ষে P ৰ আপেক্ষিক বেগ $= u-\upsilon$

৩.৫ কৌণিক বেগ

কোনো অক্ষ সাপেক্ষে ঘূৰ্ণনশীল বস্তু এটাই বৃত্তীয় কক্ষপথৰ কেন্দ্ৰত একক সময়ত উৎপন্ন কৰা কোণ বা কৌণিক বিস্থাপনৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক কৌণিক বেগ (angular velocity) বুলি কোৱা হয়।

ধৰা হ'ল এখন সমতলৰ এডাল স্থিৰ ৰেখা OX অত O এটা স্থিৰ বিন্দু।

ধৰা হ'ল সমতলখনত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ t সময়ত অৱস্থান P.



ধৰা হ'ল $\angle XOP = \theta$. ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত ইয়াক ধনাত্মক বুলি কোৱা হয়।

সময় t সাপেক্ষে θ ৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ, অৰ্থাৎ $\frac{d\theta}{dt}$ হ'ল O সাপেক্ষে P কণিকাৰ কৌণিক বেগ। অৰ্থাৎ, যি হাৰত θ কোণ বাঢ়ে, সেয়াই হ'ল θ সাপেক্ষে কণিকাটোৰ কৌণিক বেগ।

কৌণিক বেগৰ একক হ'ল প্ৰতি ছেকেণ্ডত ৰেডিয়ান। অৰ্থাৎ, এটা কণিকাৰ কৌণিক বেগ ω হ'লে,

$$\omega = \frac{d\upsilon}{dt} \text{ rad/s}$$

সময় t সাপেক্ষে ω ৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ অৰ্থাৎ $\frac{d\omega}{dt}$ অৰ্থাৎ $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ হ'ল ত্বৰণ (বৰ্ধিত θ ৰ অভিদিশাত)।



অগ্ৰগতি নিৰীক্ষণ ১

প্ৰশ্ন নং ১ঃ এডাল সৰলৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাই t সময়ত x দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে। যদি $x = 3t^2 + 2t$, 4 ছেকেণ্ড অন্তত বেগ আৰু ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰক। (x মিটাৰত, t ছেকেণ্ডত দিয়া আছে)

প্ৰশ্ন নং ২ঃ এডাল সৰল ৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাই t সময়ত x দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে (x মিটাৰত, t ছেকেণ্ডত দিয়া আছে)। যদি $x = 9t^2 - t^3 - 4$, (i) আদি ত্বৰণ, (ii) ত্বৰণ শূন্য হ'লে বেগ, (iii) আৰম্ভণিৰ বিন্দুৰ পৰা পুনৰ স্থিৰ অৱস্থালৈ অহা বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৩ঃ এডাল সৰল ৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাই t সময়ত এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু O ৰ পৰা অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব x এনেদৰে দিয়া আছে। $x = t^3 + 18t + 11$ (x ছেমিত দিয়া আছে)

5 ছেকেণ্ড অন্তত O বিন্দুৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব, বেগ আৰু ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন নং ৪ঃ এডাল সৰলৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা x দূৰত্বত বেগ এনেদৰে দিয়া আছে। $v^2 = 2(x\sin x + \cos x)$.

ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰক।

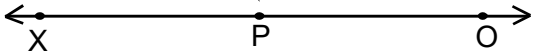
প্ৰশ্ন নং ৫ঃ এডাল সৰল ৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা x দূৰত্বত বেগ এনেদৰে দিয়া আছে $v^2 = ax^2 + 2bx + c$, য'ত a, b, c ধ্ৰুৱক।

প্ৰমাণ কৰক যে ত্বৰণ, স্থিৰ বিন্দুটোৰ পৰা দূৰত্বৰ সমানুপাতিক।

৩.৬ ধ্ৰুৱক ত্বৰণৰ অধীনত ৰৈখিক গতি

সৰল ৰেখা এডালত কণিকাৰ গতিক ৰৈখিক গতি (rectilinear motion) বুলি কোৱা হয়।

ধৰা হ'ল ধ্ৰুৱক ত্বৰণৰ অধীনত এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত চলাচল কৰে।



ধৰা হ'ল OX ৰেখাডালত কণিকাটোৱে চলাচল কৰে।

ধৰা হ'ল গতি আৰম্ভ কৰা সময়ত কণিকাটো O বিন্দুত থাকে। O বিন্দুক কণিকাটোৰ আদি অৱস্থান (initial position) বুলি কোৱা হয়।

ধৰা হ'ল কণিকাটোৱে t সময়ত কণিকাটোৰ অৱস্থান P। ধৰা হ'ল OP = x.

ধৰা হ'ল কণিকাটোৱে u বেগেৰে গতি আৰম্ভ কৰে আৰু P বিন্দুত বেগ v।

ধৰা হ'ল f ধ্ৰুৱক ত্বৰণ।

এতিয়া আমি তলৰ সম্বন্ধকেইটা প্ৰমাণ কৰোঁ।

I. $\boxed{v = u + ft}$

আমি জানো $f = \frac{dv}{dt}$

$\therefore dv - fdt$

$\therefore \int dv = f\int dt$

বা $v = ft + c$, য'ত c হ'ল অনুকলন ধ্ৰুৱক।

যেতিয়া t = 0, $v = u$

$\therefore$ u = f0 + c বা c = u

$\therefore v = ft + u$ অৰ্থাৎ $\boxed{v = u + ft}$

II. $\boxed{s = ut + \frac{1}{2} f t^2}$

আমি জানো যে $v = u + f t$

এতিয়া, $v = \frac{dx}{d t}$

$\therefore \frac{dx}{d t} = u + f t$

বা $dx = udt + ftdt$

$\therefore \int dx = u \int dt + f \int t d$

$\therefore x = ut + \frac{ft^2}{2} + c$, য'ত c এটা ধ্ৰুৱক।

যেতিয়া t = 0, x = 0

$\therefore$ 0 = 0 + 0 + c অৰ্থাৎ, c = 0

$\therefore x = ut + \frac{1}{2} f t^2$

বা $s = ut + \frac{1}{2} f t^2$

য'ত s হ'ল t সময়ত কণিকাটোৱে অতিক্ৰম কৰা দূ�ৰত্ব।

III. $\boxed{v^2 = u^2 + 2fs}$

আমি জানো

$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$

আকৌ $\frac{dv}{dt} = f$

$\therefore v \frac{dv}{dx} = f$

বা $vdv = f\, dx$

$\therefore \int vdv = f \int dx$

$\therefore \frac{v^2}{2} = fx + c$, য'ত c হ'ল অনুকলন ধ্ৰুৱক।

যেতিয়া $v = u$ x = 0

$\therefore \frac{u^2}{2} = 0 + c$ অৰ্থাৎ, $C = \frac{u^2}{2}$

$\therefore \quad \frac{v^2}{2} = fx + \frac{u^2}{2}$

বা $v^2 = u^2 + 2fx$

বা $\boxed{v^2 = u^2 + 2fs}$

IV. সৰল ৰেখাত গতি কৰা কণিকাৰ n তম ছেকেণ্ডত অতিক্রান্ত দূৰত্ব

ধৰা হ'ল কণিকাটোৱে n ছেকেণ্ড আৰু (n–1) ছেকেণ্ডত অতিক্রম কৰা দূৰত্ব ক্রমে s_n আৰু s_{n-1} ।

$\therefore$ nতম ছেকেণ্ডত অতিক্রান্ত দূৰত্ব

= $s_n - s_{n-1}$

$$= \left(un + \frac{1}{2}fn^2\right) - \left(u(n-1) + \frac{1}{2}f(n-1)^2\right)$$

$$= u + \frac{1}{2}f(n-1)$$

উপপাদ্য ঃ গড় বেগ হ'ল আদি বেগ আৰু অন্তিম বেগৰ মাধ্য আৰু ই হ'ল অন্তৰালৰ মধ্যৰ বেগৰ সমান।

প্রমাণ ঃ গড় বেগ $= \frac{\text{অতিক্রান্ত মুঠ দূৰত্ব}}{\text{মুঠ সময়}}$

$$= \frac{s}{t}$$

$$= \frac{ut + \frac{1}{2}ft^2}{t}$$

$$= u + \frac{1}{2}ft$$

$$= \frac{2u + ft}{2}$$

$$= \frac{u + (u + ft)}{2}$$

$$= \frac{u + v}{2}$$

= আদি বেগ আৰু অন্তিম বেগৰ মাধ্য

আকৌ, গড় বেগ $= \frac{s}{t}$

$$= \frac{ut + \frac{1}{2}ft^2}{t}$$

$= u + \frac{1}{2} ft$

$= u + f\left(\frac{t}{2}\right)$

= $\frac{t}{2}$ সময়ত বেগ

= অন্তৰালৰ মধ্যত বেগ

টোকা ঃ যদি কণিকাটোৱে চলক ত্বৰণেৰে চলাচল কৰে বা কণিকাটোৱে এটা বক্ৰ পথেৰে চলাচল কৰে, তেনেহ'লে উপৰিউক্ত সম্বন্ধকেইটা প্ৰযোজ্য নহয়।

উদাহৰণ 1: সৰল ৰেখাত 5m/s^2 ত্বৰণেৰে চলাচল কৰা এটা কণিকাই 5 ছেকেণ্ডত 200 মিটাৰ অতিক্ৰম কৰে। কণিকাটোৰ আদি বেগ আৰু অন্তিম বেগ কিমান ?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল আদি বেগ u m/s আৰু অন্তিম বেগ v m/s

এতিয়া $200 = u5 + \frac{1}{2} \times 5 \times 5^2$ $\left(s = ut + \frac{1}{2} ft^2\right)$

বা, $200 = 5u + \frac{125}{2}$

বা, $10u = 400 - 125$

বা $10u = 275$

$\therefore u = 27.5$

আকৌ $v = 27.5 + 5 \times 5$ $(v = u + ft)$

= 52.5

$\therefore$ আদি বেগ = 27.5 m/s

অন্তিম বেগ = 52.5 m/s

উদাহৰণ 2 : এটা কণিকাই এডাল সৰল ৰেখাত সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰে। যাত্ৰাৰ একাদশ আৰু পঞ্চদশ ছেকেণ্ডত ই ক্ৰমে 720cm আৰু 960 cm অতিক্ৰম কৰে। আদি বেগ আৰু ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল আদি বেগ u cm/s আৰু ত্বৰণ f cm/s^2

$\therefore 720 = u + \frac{1}{2} f(2 \times 11 - 1)$

বা $720 = u + \frac{21}{2} f$ (1)

আৰু $960 = u + \frac{1}{2} f(2 \times 15 - 1)$

বা $960 = u + \frac{29}{2} f$ (2)

(2)ৰ পৰা (1) বিয়োগ কৰি, আমি পাওঁ

240 = 4f বা f = 60

$\therefore$ (1)অৰ পৰা $720 = u + \frac{21}{2} \times 60$

$\therefore$ u = 720 – 630 = 90

$\therefore$ আদি বেগ = 90 cm/s

ত্বৰণ = 60 cm/s^2

উদাহৰণ 3 : এটা কণিকাই এডাল সৰল ৰেখাত f সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে

$$f = 2\left(\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t}\right) / \left(t + t'\right)$$

য'ত s হ'ল t ছেকেণ্ডত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব আৰু s$'$ হ'ল ইয়াৰ ঠিক পাছৰ t$'$ ছেকেণ্ডত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল আমি বেগ u আৰু ধৰা হ'ল t সময় অন্তত বেগ v ।

$\therefore\ v = u + f t$ (1)

$$s = ut + \frac{1}{2} f t^2 \quad (2)$$

$$s' = v t' + \frac{1}{2} f t'^2$$

অৰ্থাৎ $s' = (u + ft) t' + \frac{1}{2} f t'^2$ (3)

(2)ৰ পৰা $\frac{s}{t} = u + \frac{1}{2} f t$ (4)

(3)ৰ পৰা $\frac{s'}{t'} = u + ft + \frac{1}{2} f t'$ (5)

(5) অৰ পৰা (4) বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t} = \frac{1}{2} ft + \frac{1}{2} f t'$$

বা, $2\left(\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t}\right) = f\left(t + t'\right)$

$\therefore\ f = 2\left(\frac{s'}{t'} - \frac{s}{t}\right) / \ f\left(t + t'\right)$



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ ২

প্রশ্ন নং ১ঃ সৰল ৰেখাত 60 m/s বেগেৰে গতি কৰা এটা কণিকাক সুষম মন্থৰণেৰে 3 মিনিটত স্থিৰ অৱস্থালৈ অনা হ'ল। মন্থৰণ নির্ণয় কৰক আৰু স্থিৰ অৱস্থালৈ অহালৈকে কণিকাটোৰ অতিক্রান্ত দূৰত্ব নির্ণয় কৰক। [মন্থৰণ হ'ল ঋণাত্মক ত্বৰণ। যেতিয়া বেগ হ্রাস পায়, তেতিয়া ইয়াৰ পৰিৱর্তনৰ হাৰ ঋণাত্মক।]

প্রশ্ন নং ২ঃ এটা লক্ষ্যত নিক্ষেপ কৰা এটা বুলেটে 3 cm সোমোৱাৰ পাছত আধা বেগ হেৰুৱায়। ই আৰু কিমানখিনি সোমাই যাব?

প্রশ্ন নং ৩ঃ সৰল ৰেখাত চলাচল কৰা এটা কমিকাৰ গতিৰ p-তম আৰু (p+q) -তম ছেকেণ্ডত অতিক্রান্ত দূৰত্ব ক্রমে x_1 আৰু x_2। প্রমাণ কৰক যে ইয়াৰ ত্বৰণ $\frac{x_2 - x_1}{q}$.

প্রশ্ন নং ৪ঃ এখন ট্রেইন এটা পোন পথেৰে যায় আৰু দুটা ষ্টেছনত ৰয়। ষ্টেছন দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব 2 km আৰু এটাৰ পৰা আনটোলৈ সময় লাগে 4 মিনিট। প্রথম অৱস্থাত ট্রেইনখন সুষম ত্বৰণ a ৰে যায় আৰু পাছত সুষম মন্থৰণ bৰে যায়। প্রমাণ কৰক যে $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=4$

প্রশ্ন নং ৫ঃ সৰল ৰেখাত গতি কৰা এটা কণিকাই u বেগেৰে যাত্রা আৰম্ভ কৰে। দূৰত্বৰ প্রথমার্ধ ই f_1 সুষম ত্বৰণেৰে আৰু দ্বিতীয়ার্ধ f_2 সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰে। প্রমাণ কৰক যে অন্তিম বেগ হ'ল কণিকাটোৰে $\frac{1}{2}(f_1+f_2)$ সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰিলে যি বেগ হ'ব সেয়া।

প্রশ্ন নং ৬ঃ এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰে। t_1, t_2, t_3 সময়ত কণিকাটোৰে তিনিটা সমান ক্রমিক দূৰত্ব অতিক্রম কৰে। প্রমাণ কৰক যে

$$\frac{1}{t_1}-\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_3}=\frac{3}{t_1+t_1+t_3}.$$

৩.৭ নিউটনৰ গতিৰ বিধি

ছাৰ আইজাক নিউটনে (1642-1727 খ্রীষ্টাব্দ) অধোলিখিত উক্তিসমূহ বিধিৰদ্ধ কৰে। ইয়াক নিউটনৰ গতিৰ বিধি (Newton's Laws of Motion) বুলি কোৱা হয়।

প্রথম বিধি ঃ বাহিৰৰ পৰা প্রয়োগ কৰা বলে অৱস্থাৰ পৰিৱর্তন কৰিবলৈ বাধ্য নকৰা পর্যন্ত অচল বস্তু অচল অৱস্থাত থাকে আৰু সচল বস্তুৰে সুষম বেগেৰে গতি কৰি থাকে।

দ্বিতীয় বিধি ঃ কোনো বস্তুৰ ওপৰত বল প্রয়োগৰ ফলত হোৱা ভৰবেগৰ পৰিৱর্তনৰ

হাৰ প্ৰয়োগ কৰা বলৰ সমানুপাতিক আৰু বলে যি দিশত ক্ৰিয়া কৰে ভৰবেগৰ পৰিৱৰ্তনো সেই দিশত হয়।

তৃতীয় বিধি ঃ প্ৰত্যেক ক্ৰিয়াৰে সমান আৰু বিপৰীত প্ৰতিক্ৰিয়া আছে।

এই বিধিকেইটাক স্বতঃসিদ্ধ হিচাপে লোৱা হয়। এই স্বতঃসিদ্ধবোৰ অভিজ্ঞতা আৰু পৰ্যবেক্ষণৰ ওপৰত প্ৰতিষ্ঠিত। এই বিধিবোৰৰ কোনো প্ৰত্যক্ষ প্ৰমাণ নাই।

ভৰবেগ

এটা চলমান কণিকাৰ যিকোনো মুহূৰ্তত ভৰবেগ (momentum) হ'ল ভৰ আৰু সেই মুহূৰ্তত বেগৰ পূৰণফল।

এটা বস্তুৰ ভৰবেগ সদিশ ৰাশি।

ভৰবেগৰ একক ঃ ভৰবেগৰ এককৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া হয়, — 'একক বেগত চলাচল কৰা একক ভৰ'।

ছি জি এছ পদ্ধতিত ভৰবেগৰ একক হ'ল প্ৰতি ছেকেণ্ডত গ্ৰাম-ছেণ্টিমিটাৰ (gm-cm per sec)।

এফ পি এছ পদ্ধতিত ভৰবেগৰ একক হ'ল প্ৰতি ছেকেণ্ডত পাউণ্ড-ফুট (lb-ft per sec)।

যদি m gm ভৰৰ বস্তুৱে u cm/s বেগেৰে গতি কৰে, ভৰবেগ হ'ল mu gm-cm/s

P = mf সূত্ৰ

ধৰা হ'ল m ভৰৰ বস্তু এটাৰ ওপৰত P বলে ক্ৰিয়া কৰে। ধৰা হ'ল বলটোৱে বস্তুটোৰ বেগ অবিচ্ছিন্নভাৱে সলনি কৰে।

ধৰা হ'ল t সময়ত বেগ v আৰু ত্বৰণ f ।

গতিকে ভৰবেগৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ

$$= \frac{d}{dt}(mv)$$

$$= m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

= mf [ধ্ৰুৱক ভৰ m অৰ বাবে, $\frac{dm}{dt} = 0$]

নিউটনৰ গতিৰ দ্বিতীয় বিধিৰ পৰা, P, mf অৰ সমানুপাতিক।

$\therefore$ P = kmf, য'ত k এটা ধ্ৰুৱক।

আমি বলৰ একক এনেদৰে লওঁ যাতে k = 1.

ধৰা হ'ল একক বল সেইটো বল যিটো বলে একক ভৰত ক্ৰিয়া কৰি একক ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে। গতিকে আমি পালোঁ যে

P = 1, যদি m = 1 আৰু f = 1

$\therefore$ k = 1

$\therefore$ P = mf

বলৰ একক

নিউটনৰ গতিৰ দ্বিতীয় বিধিৰ সহায়ত বলৰ পৰিমাণ নির্ণয় কৰিব পাৰি।

1. নিউটন বলে 1 kg ভৰত ক্রিয়া কৰি 1 m/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে।

1 dyne বলে 1 gm ভৰত ক্রিয়া কৰি 1 cm/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে।

1 poundal বলে 1 lb ভৰত ক্রিয়া কৰি 1 ft/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে।

উপৰিউক্ত এককসমূহ, যথা, Newton, dyne আৰু poundal-অক বলৰ পৰম একক (absolute units of force) বুলি কোৱা হয়। ইহঁত মাধ্যাকর্ষণিক ত্বৰণ g-ৰ ওপৰত নির্ভৰশীল নহয়।

কোনো বস্তুৰ ওজন (weight) হ'ল বস্তুটোৰ ওপৰত পৃথিৱীৰ মাধ্যাকর্ষণিক বলৰ পৰিমাণ।

ধৰা হ'ল m ভৰৰ এটা বস্তুৰ ওজন W. m ভৰত W বলে উৎপন্ন কৰা ত্বৰণ হ'ল মাধ্যাকর্ষণিক ত্বৰণ g।

P = mf সূত্রৰ সহায়ত আমি পালোঁ W = mg.

1. যেতিয়া ভৰ 1 gm, ওজন হ'ল g dyne.
2. যেতিয়া ভৰ 1 kg, ওজন হ'ল g newton.
3. যেতিয়া ভৰ 1 lb, ওজন হ'ল g poundal.

আমি তলৰ সম্বন্ধকেইটা পালোঁ

1 gm wt = g dyne (g = 981)

1 kg wt = g newton (g = 9.81)

1 lb wt = g poundal (g = 32.2)

উপৰিউক্ত এককসমূহক, যথা, gm wt, kg wt, lb wt -অক বলৰ মাধ্যাকর্ষণিক একক (gravitational units of force) বুলি কোৱা হয়। সিহঁত মাধ্যাকর্ষণিক ত্বৰণ g ৰ ওপৰত নির্ভৰশীল।

টোকা ঃ I newton = 1 kg x 1 m/s^2 = 10^3 gm x 10^2 cm/s^2 = 10^5 dyne

1 poundal = 13800 dyne = 0.138 newton.

উদাহৰণ 1 ঃ এটা বস্তুৰ ভৰ 1 gm হ'লে ওজন কিমান?

সমাধান ঃ নির্ণেয় ওজন

= 981 dyne

উদাহৰণ 2 ঃ এটা বস্তুৰ ভৰ 1 kg হ'লে ওজন কিমান?

সমাধান ঃ নির্ণেয় ওজন

= 9.81 N

উদাহৰণ 3 ঃ এটা বস্তুৰ ওজন 29.4 N হ'লে ভৰ কিমান ?

সমাধান ঃ নির্ণেয় ভৰ

$$\frac{29.4}{9.8}\ \text{kg} = 3\ \text{kg} \qquad (g = 9.8)$$

উদাহৰণ 4 ঃ 2 kg ভৰৰ এটা বস্তুৰ ওপৰত 8N বলে ক্রিয়া কৰে। ত্বৰণ কিমান ?

সমাধান ঃ ইয়াত P = 8N, m = 2kg

P = mf সূত্ৰৰ সহায়ত আমি পাওঁ

$$f = \frac{p}{m} = \frac{8}{2} m/s^2 = 4m/s^2$$



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ ৩

প্রশ্ন নং ১ঃ 5 gm ভৰৰ বস্তু এটাই 981 cm/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে। বস্তুটোত ক্রিয়া কৰা বলটো নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ২ঃ 675 g ভৰৰ বস্তু এটাই 16 cm/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে। বস্তুটোত ক্রিয়া কৰা বলটো নিউটনত নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৩ঃ 45 kg ভৰৰ বস্তু এটাই 6m/s^2 ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে। বস্তুটোত ক্রিয়া কৰা বলটো নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৪ঃ 2 ton ভৰৰ বস্তুটোৰ পৃথিৱীত ওজন নির্ণয় কৰক। (1 ton = 1000 kg)

প্রশ্ন নং ৫ঃ 20 g ভৰৰ কণিকা এটাৰ ওপৰত এটা স্থিৰ বলে ক্রিয়া কৰে। আৰু ই 5 ছেকেণ্ডত 15 cm/s বেগ উৎপন্ন কৰে। যদি কণিকাটো আদিতে স্থিৰ অৱস্থাত থাকে, বলটোৰ পৰিমাণ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৬ঃ এডাল সৰলৰেখাত গতি কৰা এটা বস্তুৰ ওপৰত 520 dyne সুষম বলে আধা মিনিটৰ বাবে ক্রিয়া কৰাৰ ফলত বেগ 2.9 m/s অৰ পৰা 3.5 m/s অলৈ পৰিৱর্তিত হয়। বস্তুটোৰ ভৰ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৭ঃ এডাল সৰল ৰেখাত গতি কৰা এটা বস্তুৰ ওপৰত 200 dyne ধ্রুৱক বলে এক মিনিটৰ বাবে ক্রিয়া কৰাৰ ফলত বেগ 250 m/s অৰ পৰা 300 m/s অলৈ পৰিৱর্তিত হ'ল। বস্তুটোৰ ভৰ নির্ণয় কৰক।

প্রশ্ন নং ৮ঃ m gram ভৰৰ বস্তু এটাৰ ওপৰত t ছেকেণ্ডৰ বাবে P dyne ধ্রুৱক বলে ক্রিয়া কৰে আৰু ই স্থিৰ অৱস্থাৰ পৰা x cm দূৰত্ব অতিক্রম কৰে আৰু v cm/s বেগ আয়ত্ত কৰে। প্রমাণ কৰক যে $x = \frac{1}{2}\frac{mv^2}{p}$



৫.৮ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- যেতিয়া কণিকা এটাই এটা নির্দিষ্ট পথেৰে চলাচল কৰে, ইয়াৰ অৱস্থান সলনি হয়। দুটা বিন্দুৰ মাজৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনক, পথ যিয়েই নহওক কিয়, বিস্থাপন বুলি কোৱা হয়। বিস্থাপন এটা সদিশ ৰাশি।
- এটা চলমান কণিকাৰ বিস্থাপনৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক বেগ বোলে। ইয়াৰ নির্দিষ্ট দিশ আৰু মান আছে।
  বেগ এটা সদিশ ৰাশি।
- অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক দ্রুতি বোলে। ইয়াৰ কোনো নির্দিষ্ট দিশ নাই।
  দ্রুতি এটা অদিশ ৰাশি।
- ৰৈখিক বেগৰ ক্ষেত্রত, দ্রুতি আৰু বেগ সমার্থক।
- যদি এটা কণিকাই একেডাল সৰল ৰেখাত একে অভিদিশাত গতি কৰে আৰু সমান সময়ৰ অন্তৰালত সমান দূৰত্ব অতিক্রম কৰে, তেনেহ'লে ইয়াৰ বেগ সুষম বুলি কোৱা হয়।
- এটা চলমান কণিকাৰ বেগৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক ত্বৰণ বুলি কোৱা হয়।
- ঋণাত্মক ত্বৰণক মন্থৰণ বুলি কোৱা হয়।
- ধৰা হ'ল P আৰু Q বিন্দু দুটাই একেখন সমতলত চলাচল কৰে। P ৰ পৰা দেখিবলৈ পোৱা Q ৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক P সাপেক্ষে Q ৰ আপেক্ষিক বেগ বুলি কোৱা হয়।
- কোনো অক্ষ সাপেক্ষে ঘূৰ্ণনশীল বস্তু এটাই বৃত্তীয় কক্ষপথৰ কেন্দ্রত একক সময়ত উৎপন্ন উৎপন্ন কৰা বা কৌণিক বিস্থাপনৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰক কৌণিক বেগ বুলি কোৱা হয়।
  কৌনিক বেগৰ একক হ'ল প্রতি ছেকেণ্ডত ৰেডিয়ান।
- সৰলৰেখা এডালত কণিকাৰ গতিক ৰৈখিক গতি বুলি কোৱা হয়।
- এটা কণিকাই f সুষম ত্বৰণেৰে এডাল সৰল ৰেখাত u বেগেৰে যাত্রা আৰম্ভ কৰে। ধৰা হ'ল t সময় অন্তত বিস্থাপন s আৰু সেই সময়ত বেগ v । তেনেহ'লে
  1. $v = u + ft$
  2. $s = ut + \frac{1}{2} ft^2$
  3. $v^2 = u^2 + 2fs$
- গড় বেগ হ'ল আদি বেগ আৰু অন্তিম বেগৰ মাধ্য আৰু ই হ'ল অন্তৰালৰ মধ্যৰ বেগৰ সমান।
- নিউটনৰ গতিৰ বিধিকেইটা হ'ল ঃ
  প্রথম বিধি ঃ বাহিৰৰ পৰা প্রয়োগ কৰা বলে অৱস্থাৰ পৰিৱৰ্তন কৰিবলৈ বাধ্য নকৰা পর্যন্ত

অচল বস্তু অচল অৱস্থাত থাকে আৰু সচল বস্তুৱে সুষম বেগেৰে গতি কৰি থাকে।

দ্বিতীয় বিধি ঃ কোনো বস্তুৰ ওপৰত বল প্ৰয়োগৰ ফলত হোৱা ভৰবেগৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ প্ৰয়োগ কৰা বলৰ সমানুপাতিক আৰু বলে যি দিশত ক্ৰিয়া কৰে ভৰবেগৰ পৰিৱৰ্তনো সেই দিশত হয়।

তৃতীয় বিধি ঃ প্ৰত্যেক ক্ৰিয়াৰে সমান আৰু বিপৰীত প্ৰতিক্ৰিয়া আছে।

- এটা চলমান কণিকাৰ যিকোনো মুহূৰ্তত ভৰবেগ হ'ল ভৰ আৰু সেই মুহূৰ্তত বেগৰ পূৰণফল।
- P = mf, য'ত m হ'ল বস্তুটোৰ ভৰ, P হ'ল ইয়াত ক্ৰিয়াশীল বল আৰু f হ'ল P এ উৎপন্ন কৰা ত্বৰণ।
- P = mf সিদ্ধ হয় যেতিয়া

  (1) P নিউটনত (newton) থাকে, m in kg, f in m/s^2 অত থাকে

  বা (2) P ডাইনত (dyne) থাকে, m in gram, f in cm/s^2 অত থাকে

  বা (3) P পাউণ্ডেলত (poundal) m in lb, f in ft/s^2 অত থাকে



৫.৯ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridge University Press.
2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.
3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.



৫.১০ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান

অগ্ৰগতিৰ নিৰীক্ষণ ১

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত $x = 3t^2 + 2t$

$$\therefore\ v = \frac{dx}{dt} = 6t + 2$$

$$f = \frac{d^2x}{dt^2} = 6$$

∴ 4 ছেকেণ্ড অন্তত বেগ = (6 x 4 + 2) m/s

= 26 m/s

4 ছেকেণ্ড অন্তত ত্বৰণ = 6 m/s²

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত $x = 9t^2 - t^3 - 4$

$$\therefore\ v = \frac{dx}{dt} = 18t - 3t^2$$

$$f = \frac{d^2x}{dt^2} = 18 - 6t$$

(i) আদি ত্বৰণ

= (t = 0 হ'লে) ত্বৰণ

= (18 – 6 x 0) m/s²

= 18m/s²

(ii) যেতিয়া ত্বৰণ শূন্য হয়, $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$

অৰ্থাৎ 18 – 6t = 0

অৰ্থাৎ t = 3

∴ t = 3 হ'লে বেগ

= (18 x 3 – 3 x 3²) m/s

= 27m/s

(iii) যেতিয়া কণিকাটো স্থিৰ অৱস্থালৈ আহে,

$$v = \frac{dx}{dt} = 0$$

ইয়াৰ পৰা $18t - 3t^2 = 0 \Rightarrow t(6 - t) = 0 \Rightarrow t = 0$ বা t = 6.

যেতিয়া t = 0, x = 0

যেতিয়া t = 6, x = 9 x 6² – 6³ – 4 = 104

∴ নিৰ্ণেয় দূৰত্ব = 104m

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত $x = t^3 + 18t + 11$

$$\therefore\ v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 + 18$$

$$f = \frac{d^2x}{dt^2} = 6t$$

5 ছেকেণ্ডৰ অন্তত

$x = (5^3 + 18 \times 3 + 11)$ cm = 190 cm

v =(3 x 5^2 + 18) cm/s = 93 cm/s

f = 6 x 5 cm/s^2 = 30 cm/s^2.

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত $v^2 = 2(x\sin x + \cos x)$

$$\therefore\ 2v\frac{dv}{dx} = 2(\sin x + x\cos x - \sin x)$$

$$\Rightarrow\ v\frac{dv}{dx} = x\cos x$$

∴ ত্বৰণ = x cosx

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত $v^2 = ax^2 + 2bx + c$

$$\therefore\ 2v\frac{dv}{dx} = 2ax + 2b$$

$$\Rightarrow v\frac{dv}{dx} = ax + b$$

∴ a আৰু b ধ্ৰুৱক, গতিকে ত্বৰণ, স্তিৰ বিন্দুটোৰ পৰা দূৰত্বৰ সমানুপাতিক।

অগ্ৰগতিৰ নিৰীক্ষণ ২

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল f m/s^2 সুষম ত্বৰণ। ধৰা হ'ল স্থিৰ অৱস্থালৈ অহালৈকে কণিকাটোৰ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব x m

এতিয়া 0 = 60 + 180f (v =u + ft, t = 30 x 6 = 180s)

বা $f = -\frac{1}{3}$

∵ f ঋণাত্মক, ∴ মন্থৰণ হ'ল $\frac{1}{3}$ m/s^2.

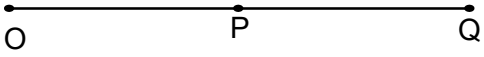
আকৌ $0^2 = 60^2 + 2.\left(-\frac{1}{3}\right).x$

বা x = 5400

∴ অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব 5400 m

২ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল বুলেটটো u বেগেৰে নিক্ষেপ কৰা হয়। ধৰা হ'ল OA = 3 cm

∴ A ত বেগ $= \frac{1}{2}u$



এতিয়া $v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্ৰৰ সহায়ত আমি পাওঁ $\left(\frac{u}{2}\right)^2 = u^2 + 2f3$

বা $-\frac{3u^2}{4} = 6f$

$\therefore\ f = -\frac{u^2}{8}$

ধৰা হ'ল বুলেটটো B লৈকে সোমাই যায়, অর্থাৎ, ই B ত স্থিৰ অৱস্থালৈ আহে, অর্থাৎ B ত বেগ শূন্য।

$\therefore\ v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্ৰৰ সহায়ত আমি পাওঁ

$0 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{u^2}{8}\right)s$, য'ত AB = s

বা $\frac{u^2}{4} = \frac{u^2}{4}s$

$\therefore\ s = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় দূৰত্ব হ'ল 1 cm.

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল ত্বৰণ f, আৰু আদি বেগ u.

$\therefore\ x_1 = u + \frac{1}{2}f(2p-1)$ (1)

$x_2 = u + \frac{1}{2}f(2p+2q-1)$ (2)

(2) ৰ পৰা (1) বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ

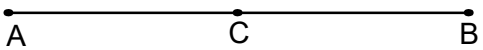
$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}f.2q$

$\therefore\ f = \frac{x_2 - x_1}{q}$

অর্থাৎ, নির্ণেয় ত্বৰণ হ'ল $\frac{x_2 - x_1}{q}$.

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ট্ৰেইনখন A আৰু B দুয়োটা ষ্টেছনতে ৰয়।

$\therefore$ আদি বেগ তথা অন্তিম বেগ শূন্য।



AB = 2

ধৰা হ'ল ট্ৰেইনখনে a সুষম ত্বৰণেৰে t_2 সময়ত AC (= s_1) দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে আৰু b সুষম মন্থৰণেৰে t_1 সময়ত CB (= s_2) দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে।

স্পষ্টতঃ $s_1 + s_2 = 2$,

$t_1 + t_2 = 4$

ধৰা হ'ল C ত বেগ v .

$\therefore\ v = 0 + at_1$ অর্থাৎ, $t_1 = \frac{v}{a}$

$0 = v - bt_2$ অর্থাৎ, $t_2 = \frac{v}{b}$

$\therefore\ t_1 + t_2 = v\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

অর্থাৎ, $v\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 4$ (1)

আকৌ, $v^2 = 0 + 2as_1$ অর্থাৎ $s_1 = \frac{v^2}{2a}$

$0 = v^2 - 2bs_2$ অর্থাৎ $s_2 = \frac{v^2}{2b}$

$\therefore\ s_1 + s_2 = \frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

অর্থাৎ $\frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 2$

অর্থাৎ $v^2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 4$ (2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা আমি পালো

$v = 1$

$\therefore$ (1) অৰ পৰা, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল নির্দিষ্ট দূৰত্ব s । ধৰা হ'ল অন্তিম বেগ v আৰু প্ৰথমার্ধৰ অন্তত বেগ v_1 .

$\therefore\ v_1^{\,2} = u^2 + 2f_1.\frac{s}{2} = u^2 + f_1 s$

$v^2 = v_1^{\,2} + 2f_2.\frac{s}{2}$

$= u^2 + f_1 s + f_2 s$

$= u^2 + (f_1 + f_2)s$

$= u^2 + 2 \times \frac{1}{2}(f_1 + f_2)s$

গতিকে, প্ৰমাণিত হ'ল।

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল t_1 অৰ আৰম্ভণিত বেগ u, আৰু ধৰা হ'ল ত্বৰণ f.

$\therefore$ t_2 ৰ আৰম্ভণিত বেগ $u + ft_1$.

আকৌ, t_3 ৰ আৰম্ভণিত বেগ হ'ব $(u + ft_1) + ft_2$ অর্থাৎ, $u + f(t_1 + t_2)$

ধৰা হ'ল সমান দূৰত্ব s.

$\therefore\ s = ut_1 + \frac{1}{2}ft_1^{\,2}$ (1)

$s = (u + ft_1)t_2 + \frac{1}{2}ft_2^{\,2}$ (2)

$s = u + f(t_1 + t_2)t_3 + \frac{1}{2}ft_3^{\,2}$ (3)

আকৌ $s + s + s = u(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{1}{2}f(t_1 + t_2 + t_3)^2$

অর্থাৎ, $3s = u(t_1 + t_2 + t_3) + \frac{1}{2}f(t_1 + t_2 + t_3)^2$ (4)

(1)অৰ পৰা, $\frac{s}{t_1} = u + \frac{1}{2}ft_1$

(2)ৰ পৰা, $\frac{s}{t_2} = u + ft_1 + \frac{1}{2}ft_2$

(3)ৰ পৰা, $\frac{s}{t_3} = u + f(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}ft_3$

(4) অৰ পৰা, $\frac{3s}{t_1 + t_2 + t_3} = u + \frac{1}{2}f(t_1 + t_2 + t_3)$

স্পষ্টত ঃ $\frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2} + \frac{s}{t_3} = \frac{3s}{t_1 + t_2 + t_3}$

অর্থাৎ $\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{3}{t_1 + t_2 + t_3}$

অগ্রগতিৰ নিৰীক্ষণ ৩

১ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত m = 5 gm,

f = 981 cm/s^2

$\therefore$ P = 5 x 981 dyne

= 4905 dyne

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত m = 675 g

f = 16 cm/s^2

$\therefore$ P = 675 x 16 dyne

= 10800 dyne

আমি জানো যে

10^5 dyne = 1 newton

$\therefore$ 10800 dyne $= \frac{10800}{10^5}$ newton

= 0.108 newton

$\therefore$ P = 0.108 newton

৩ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ইয়াত m = 45 kg

f = 6 m/s^2

$\therefore$ P = 45 x 6 newton

= 270 newton

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ ধৰা হ'ল ত্বৰণ f cm/s^2

এতিয়া $v = u + ft$ সূত্ৰৰ পৰা আমি পালোঁ

16 = 0 + f5

$\therefore$ f = 3 cm/s^2

আকৌ m = 20 g

$\therefore$ P = 20 x 3 dyne

= 60 dyne

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ $\frac{1}{2}$ মিনিট চলাচল কৰোঁতে বেগৰ পৰিৱৰ্তন = (3.5 – 2.9) m/s

= 0.6 m/s

$\therefore f = \frac{2 \times 0.6 \times 100}{60} cm/s^2$

= 2 cm/s^2

P = 520 dyne (দিয়া আছে)

$\therefore m = \frac{P}{f} = \frac{520}{2} g = 260g$

৮ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ আমি পালোঁ $v^2 = 0 + 2fx$, য'ত f হ'ল ত্বৰণ

($v^2 = u^2 + 2fs$ সূত্ৰৰ সহায়ত)

$\therefore \quad f = \frac{v^2}{2x}$

আকৌ P = mf

বা $P = m\frac{v^2}{2x}$

$\therefore \quad x = \frac{mv^2}{2p}$



৫.১১ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ সৰলৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ t সময়ত এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা বিস্থাপন x এনেদৰে দিয়া আছে। $x = t^3 - 9t^2 + 24t + 6$.

(i) ত্বৰণ কেতিয়া শূন্য হয় নিৰ্ণয় কৰক,

(ii) সেই সময়ত কণিকাটোৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰক,

(iii) সেই সময়ত কণিকাটোৰ বেগ নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ২ঃ দূৰত্ব s এনেদৰে দিয়া আছে, $s = at^2 + bt + c$, য'ত t হ'ল সময় আৰু a, b, c ধ্ৰুৱক। প্ৰমাণ কৰক যে $4a(s-c) = v^2 - b^2$, য'ত v হ'ল বেগ।

প্ৰশ্ন ৩ঃ এটা বিন্দুৱে সুষম ত্বৰণেৰে চলাচল কৰে। তিনিটা ক্ৰমিক অন্তৰাল t_1, t_2, t_3 গড় বেগ ক্ৰমে v_1, v_2, v_3 প্ৰমাণ কৰক যে $\frac{v_1 - v_2}{v_2 - v_3} = \frac{t_1 + t_2}{t_2 + t_3}$.

প্ৰশ্ন ৪ঃ সৰল ৰেখাত চলাচল কৰা এটা কণিকা t ছেকেণ্ড অন্তত এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ পৰা x মিটাৰ দূৰত্বত আছে, য'ত $x = t^3 - 2t - 16$.

3 ছেকেণ্ড অন্তত বেগ নিৰ্ণয় কৰক।

4 ছেকেণ্ড অন্তত ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ৫ঃ এটা কণিকাই $v = x^2$ বিধি অনুসৰি এডাল সৰল ৰেখাত চলাচল কৰে। প্ৰমাণ কৰকযে ত্বৰণ $2v^{3/2}$.

প্ৰশ্ন ৬ঃ এটা কণিকাই স্থিৰ অৱস্থাৰ পৰা এডাল সৰল ৰেখাত প্ৰথমতে a সুষম ত্বৰণেৰে গতি কৰে, আৰু পাছত b সুষম মন্থৰণেৰে গতি কৰে। যদি t সময়ত s দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰি ই স্থিৰ অৱস্থালৈ আহে, প্ৰমাণ কৰক যে $t^2 = 2s\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$.

প্ৰশ্ন ৭ঃ এটা বস্তুৰ ওজন 19.6 N হ'লে ভৰ কিমান?

প্ৰশ্ন ৮ঃ এটা বলে 500 gm ভৰৰ বস্তু এটাত ক্ৰিয়া কৰে আৰু $10 m/s^2$ ত্বৰণ উৎপন্ন কৰে। বলটোৰ পৰিমাণ কি?

প্ৰশ্ন ৯ঃ স্থিৰ অৱস্থাত থকা m gm ভৰৰ বস্তু এটাৰ ওপৰত t ছেকেণ্ডৰ বাবে P gmwt সুষম বলে ক্ৰিয়া কৰে। প্ৰমাণ কৰক যে বেগ $\frac{pgb}{m} cm/s$ আৰু অতিক্ৰান্ত দূৰত্ব $\frac{pgt^2}{2m} cm$.

প্ৰশ্ন ১০ঃ 8000 dyne বলে এটা বস্তুত ক্ৰিয়া কৰে আৰু ইয়াৰ ফলত ইয়াৰ বেগ 6 ছেকেণ্ডত 20 cm/s অৰ পৰা 50m/s অলৈ বৃদ্ধি পায়। বস্তুটোৰ ভৰ নিৰ্ণয় কৰক।

*** ***** ***

অধ্যায় ৬ ঃ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি আৰু আনুষংগিক সমস্যা

অধ্যায় গাঁথনি

৬.১ উদ্দেশ্য

৬.২ পৰিচয়

৬.৩ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি

৬.৩.১ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা

৬.৩.২ সৰল দোলকৰ গতি

৬.৪ অধ্যায়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

৬.৫ অধিক জানিবলৈ

৬.৬ অগ্রগতিৰ খতিয়ান

৬.৭ আৰ্হি প্ৰশ্ন

৬.১ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায়টি অধ্যয়ন কৰি আপুনি -

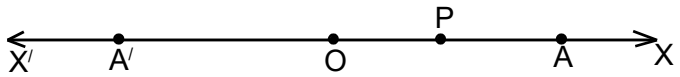
- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সমীকৰণ জানিব পাৰিব
- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ অধীনত গতি কৰা কণিকাৰ বেগ জানিব পাৰিব
- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ অধীনত গতি কৰা, কণিকাৰ অৱস্থান, পৰ্যায় কাল, কম্পনাংক, বিস্তাৰ জানিব পাৰিব
- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা সম্বন্ধে জানিব পাৰিব
- সৰল দোলকৰ গতি সম্বন্ধে জানিব পাৰিব।

৬.২ পৰিচয়

কেতিয়াবা আমি বিশেষ ধৰণৰ গতিৰ মুখামুখি হওঁ। উদাহৰণস্বৰূপে, এটা অতি সৰু কোণেৰে দোদুল্যমান সৰল দোলকৰ গতি। এডাল স্প্ৰিং বা স্থিতিস্থাপক স্প্ৰিঙৰ এটা মূৰ স্থিৰ, আনটো মূৰত এটা বস্তু লগোৱা আছে,— তাৰ গতি ইত্যাদি। এই গতিবোৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি। ইয়াত ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক বুলি বিবেচনা কৰা হয়।

৬.৩ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি

যদি এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত এনেদৰে গতি কৰে যাতে ইয়াৰ ত্বৰণ সদায় ৰেখাডালৰ ওপৰৰ যিকোনো স্থিৰ বিন্দু অভিমুখী হয় আৰু বিন্দুটোৰ পৰা দূৰত্ব সমানুপাতিক হয়, তেনেহ'লে কণিকাটোৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি (Simple Harmonic Motion সংক্ষেপে S.H.M) কৰে বুলি কোৱা হয়।



চিত্ৰ ৪.১

X/OX ৰেখাডালত O এটা স্থিৰ বিন্দু (fixed point)। ধৰা হ'ল স্থিৰাৱস্থাৰ পৰা এটা কণিকা A ৰ পৰা যাত্ৰা কৰে। ধৰা হ'ল t সময়ত কণিকাটোৰ অৱস্থান P, য'ত OP = x যিহেতু P বিন্দুটো ধনাত্মক ফালত লোৱা হৈছে, গতিকে x > o.

t সময়ত কণিকাটোৰ বেগ $\frac{dx}{dt}$ আৰু ত্বৰণ $\frac{d^2x}{dt^2}$. যিপিনে x বাঢ়ে, সেই দিশত ই ক্ৰিয়া কৰে। যিহেতু ত্বৰণ, স্থিৰ বিন্দু O অভিমুখী আৰু O ৰ পৰা দূৰত্বৰ সমানুপাতিক, গতিকে গতিৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x \qquad -(1)$$

য'ত μ এটা ধনাত্মক ধ্ৰুৱক।

P বিন্দুটো O ৰ সোঁ বা বাওঁপিনে থাকিলে, সমীকৰণ (1) সত্য।

ধৰা হ'ল t সময়ত কণিকাটোৰ বেগ v . গতিকে,

$$v = \frac{dx}{dt},\ \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\therefore v\frac{dv}{dx} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$\therefore$ (1) অক এনেদৰে লিখিব পাৰি

$$v\frac{dv}{dx} = -\mu x$$

বা, $v\,dv = -\mu x dx$

$$\therefore \int v dv = -\int \mu x dx$$

বা $\frac{v^2}{2} = -\frac{\mu x^2}{2} + c$ য'ত C হ'ল এটা অনুকলন ধ্ৰুৱক।

ধৰা হ'ল OA = a

যিহেতু কণিকাটোৱে A বিন্দুৰ পৰা স্থিৰাৱস্থাত গতি কৰে,

গতিকে যেতিয়া $v = 0$, x = a

$$\therefore 0 = -\frac{\mu a^2}{2} + C$$

অৰ্থাৎ, $c = \frac{\mu a^2}{2}$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{\mu a^2}{2} + \frac{\mu a^2}{2}$$

অৰ্থাৎ, $v^2 = \mu(a^2 - x^2)$

$$\therefore v = -\sqrt{\mu(a^2 - x^2)} \qquad (2)$$

মন কৰিব লগীয়া যে যেতিয়া t বাঢ়ে, তেতিয়া x কমে। গতিকে $v = \frac{dx}{dt}$ ঋণাত্মক বুলি লোৱা হয়।

(2)ৰ পৰা আমি পালোঁ

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{\mu}\sqrt{a^2 - x^2}$$

বা, $$\sqrt{\mu}\, dt = -\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$\therefore \int \sqrt{\mu}\, dt = \int \left(-\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}\right) dx$$

বা, $\sqrt{\mu}\, dt = \cos^{-1}\frac{x}{a} + k$, য'ত k এটা অনুকলন ধ্ৰুৱক।

যিহেতু কণিকাটোৱে A বিন্দুৰ পৰা স্থিৰাৱস্থাত গতি কৰে, গতিকে যেতিয়া r = a, তেতিয়া t = 0

$$\therefore 0 = \cos^{-1}\frac{a}{a} + k$$

অৰ্থাৎ, k = 0

$$\therefore \sqrt{\mu}\, t = \cos^{-1}\frac{x}{a}$$

বা, $x = a\cos\sqrt{\mu}\, t$ (3)

টোকা ঃ

1. (2)ৰ পৰা আমি যিকোনো দূৰত্ব x অত চলমান কণিকাটোৰ বেগ পাওঁ। ই হ'ল $-\sqrt{\mu}\sqrt{a^2 - x^2}$.
2. (3)ৰ পৰা আমি যিকোনো সময় t ত স্থিৰ বিন্দুটোৰ পৰা চলমান কণিকাটোৰ দূৰত্ব পাওঁ। ই হ'ল $a\cos\sqrt{\mu}\, t$.
3. যেতিয়া x = 0, (2)ৰ পৰা আমি পাওঁ $v = -\sqrt{\mu}\, a$, অৰ্থাৎ স্থিৰ বিন্দু O ত চলমান কণিকাটোৰ বেগ $-\sqrt{\mu}\, a$, যিটো সৰ্বোচ্চ। ইয়াৰ পৰা আমি এইটোকেই পাওঁ যে কণিকাটো O বিন্দুত নৰয়। ই O বিন্দু অতিক্ৰম কৰি আনটো ফাল OX/অলৈ যায়। ধৰা হ'ল ৰেখাডালৰ

আনটো ফালত A/ এটা বিন্দু যাতে OA/ = OA = a.

স্পষ্টতঃ (2)ৰ পৰা, যেতিয়া x = a বা x = -a, $\nu = 0$ অর্থাৎ A ত বা A/ অত বেগ শূন্য। A/ অৰ পৰা কণিকাটো পথেৰে উভতি আহে, O অতিক্রম কৰে আৰু পুনৰ A বিন্দুত তাৎক্ষণিকভাৱে স্থিৰ অৱস্থালৈ আহে। এইদৰে দেখা যায় যে কণিকাটোৰ গতি O বিন্দু সাপেক্ষে দুদোল্যমান (A ৰ পৰা A/ অলৈ, আৰু তাৰ পাছত পুনৰ A/ অৰ পৰা Aলৈ)। ই পুনঃ পুনঃ হৈ থাকিব। এনে ধৰণৰ গতিক সৰল পর্যাবৃত্ত গতি বোলে। O বিন্দুটোক দোলন কেন্দ্র (centre of oscillation) বা মাধ্য অৱস্থান কেন্দ্র (centre of mean position) বোলে।

বিস্তাৰ ঃ

O ৰ দুয়োপিনে যি সর্বোচ্চ দূৰত্ব OA বা OA/(=a) অলৈ কণিকাটো যায়, তাক বিস্তাৰ (amplitude) বোলে। অর্থাৎ দোলন কেন্দ্রৰ দুয়োফালে কণিকাটোৱে অতিক্রান্ত কৰা সর্বোচ্চ বিস্থাপনক বিস্তাৰ বোলে।

পর্যায় কাল ঃ

এক সম্পূর্ণ দোলনৰ বাবে যি সময়ৰ প্রয়োজন, অর্থাৎ, A ৰ পৰা A/ অলৈ আৰু পুনৰ, Aলৈ— যি সময়ৰ প্রয়োজন তাক পর্যায় কাল (periodic time) বা সম্পূর্ণ দোলনৰ কাল (time of a complete oscillation) বোলে।

(3)ত x = 0 বহুৱাই আমি পাওঁ

$0 = a\cos\sqrt{\mu}\,t$ [মন কৰিব লগীয়া যে O বিন্দুত x = 0]

$\therefore \cos\sqrt{\mu}\,t = 0$

বা $\sqrt{\mu}\,t = \frac{\pi}{2}$

$\therefore t = \frac{\pi}{2\sqrt{\mu}}$

$\therefore$ A ৰ পৰা O লৈকে কণিকাটোৱে লোৱা সময় $\frac{\pi}{2\sqrt{\mu}}$

এতিয়া, A ৰ পৰা O লৈ সময়

= O ৰ পৰা A/ অলৈ সময়

= A/ ৰ পৰা O লৈ সময়

= O ৰ পৰা A লৈ সময়

$\therefore$ পর্যায় কাল $= 4 \times \frac{\pi}{2\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

মন কৰিব লগীয়া যে পর্যায়কাল $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$ ত a নাই। অর্থাৎ, পর্যায় কাল, বিস্তাৰ a ৰহিত।

কম্পনাংক

প্রতি একক সময়ত সম্পূর্ণ দোলনৰ সংখ্যাক দোলনৰ কম্পনাংক (frequency) বোলা হয়।

ধৰা হ'ল n কম্পনাংক আৰু T পর্যায় কাল।

$\therefore\ nT = 1$

বা, $n = \frac{1}{T} = \frac{\sqrt{\mu}}{2\pi}$

বা, $\mu = 4n^2\pi^2$

উদাহৰণ 1 ঃ সৰল ৰেখাত গতি কৰা এটা কণিকাৰ অৱস্থান এনেদৰে দিয়া আছে।

x = a cos nt + b sin nt. প্রমাণ কৰক যে কণিকাটোৰ গতি সৰল পর্যাবৃত্ত। পর্যায় কাল আৰু বিস্তাৰ নির্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ এই ক্ষেত্রত

x = a cos nt + b sin nt.

t সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{dx}{dt} = -an\sin nt + bn\cos nt$$

আকৌ অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -an^2\cos nt - bn^2\sin nt$$

অর্থাৎ, $\frac{d^2x}{dt^2} = -n^2x$ (1)

(1)অৰ পৰা আমি দেখিলোঁ যে ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক আৰু ই স্থিৰ বিন্দুটো অভিমুখী। গতিকে, কণিকাটোৰ গতি সৰল পর্যাবৃত্ত।

পর্যায়কাল $= \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{\mu}$ (ইয়াত $\mu = n^2$)

আকৌ, $v = \frac{dx}{dt} = -an\sin t + bn\cos nt = -\sqrt{\mu}\ dt$

আমি জানো যে

বিস্তাৰ = দোলন কেন্দ্র আৰু তাৎক্ষণিক স্থিৰ অৱস্থানৰ (য'ত বেগ শূন্য) মাজৰ দূৰত্ব

যেতিয়া $v = 0$

–a x sin nt + bn cos nt = 0

বা, an sin nt = bn cos nt

বা, $\frac{\sin nt}{bn} = \frac{\cos nt}{an} = k$, (ধৰা হ'ল)

$\therefore$ sin nt = kbn, cos nt = kan

এতিয়া, $\cos^2 nt + \sin^2 nt = 1$

বা, $k^2n^2(a^2 + b^2) = 1$

বা, $k = \frac{1}{n\sqrt{a^2+b^2}}$

$\therefore \sin nt = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad \cos nt = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\therefore$ বিস্তাৰ $= a \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = b \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$= \frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{a^2+b^2}$

উদাহৰণ 2 ঃ সৰল ৰেখাত গতি কৰা এটা কণিকাৰ যিকোনো সময়ত বেগ এনেদৰে দিয়া আছে $v^2 = 40x - 4x^2 - 64$. প্ৰমাণ কৰক যে কণিকাটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত।

সমাধান ঃ দিয়া আছে $v^2 = 40x - 4x^2 - 64$

উভয়পক্ষক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$2v\frac{d^2v}{dx} = 40 - 8x$

বা $v\frac{dv}{dx} = 20 - 4x$

বা $\frac{d^2x}{dt^2} = -4(x-5)$

x – 5 = y লৈ আমি পাওঁ

$\frac{d^2y}{dt^2} = -4y$ (1)

(1)অৰ পৰা আমি দেখিলোঁ যে ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক আৰু ই স্থিৰ বিন্দুটো অভিমুখী। গতিকে, কণিকাটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত।

উদাহৰণ 3 ঃ এটা কণিকাই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। তিনি ক্ৰমিক ছেকেণ্ডৰ অন্তত, মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা কণিকাটোৰ দূৰত্ব (একে দিশত) 1, 5 আৰু 5. প্ৰমাণ কৰক যে এক সম্পূৰ্ণ দোলনৰ কাল $\frac{2\pi}{\theta}$, য'ত $\cos\theta = \frac{3}{5}$.

সমাধান ঃ আমি জানো যে $x = a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (1)

প্ৰমাম চৰ্ত বিবেচনা কৰি আমি পাওঁ

$1 = a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (2)

$5 = a\cos\sqrt{\mu}\,(t+1)$ (3)

$5 = a\cos\sqrt{\mu}\,(t+2)$ (4)

(2) আৰু (4) যোগ কৰি আমি পাওঁ

1 + 5 $= a\,[\cos\sqrt{\mu}\,t + \cos\sqrt{\mu}\,(t+2)]$

$$= 2a\cos\frac{\sqrt{\mu}(t+2)+\sqrt{\mu}\,t}{2}.\ \cos\frac{\sqrt{\mu}(t+2)-\sqrt{\mu}\,t}{2}$$

$$= 2a\cos\sqrt{\mu}\,(t+1)\cos\sqrt{\mu}$$

বা $6 = 2\times 5\cos\sqrt{\mu}$, (3)ৰ সহায়ত

$$\therefore\ \cos\sqrt{\mu} = \frac{6}{2\times 5} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore\ \sqrt{\mu} = \cos^{-1}\frac{3}{5} = \theta, \quad (\text{ধৰা হ'ল})$$

$$\therefore \text{ পৰ্যায় কাল } = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{\theta}, \text{ য'ত } \cos\theta = \frac{3}{5}$$

উদাহৰণ 4 ঃ এটা বিন্দু P য়ে এডাল সৰল ৰেখাত গতি কৰে আৰু ইয়াৰ দ্রুতি v এনেদৰে দিয়া আছে $v^2 = a - bx^2$, য'ত x হ'ল ৰেখাডালৰ এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা P বিন্দুৰ দূৰত্ব, a আৰু b ধ্ৰুৱক। প্ৰমাণ কৰক যে P ৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত। ইয়াৰ বিস্তাৰ আৰু পৰ্যায় কাল নিৰ্ণয় কৰক।

সমাধান ঃ দিয়া আছে যে $v^2 = a - bx^2$.

x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$2v\frac{dv}{dx} = -2bx$$

বা $$\frac{v\,dv}{dx} = -bx$$

বা $$\frac{d^2v}{dt^2} = -bx \qquad \text{(i)} \qquad \left[\because \frac{v\,dv}{dx} = \frac{d^2x}{dt^2}\right]$$

এইটো সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ সমীকৰণৰ প্ৰামাণিক ৰূপ। গতিকে প্ৰদত্ত কণিকাটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত আৰু ইয়াৰ পৰ্যায় কাল $= \frac{2\pi}{b}$ $[\mu = b]$.

আকৌ $v^2 = a - bx^2$ অৰ পৰা, যেতিয়া $v = 0$,

$a - bx^2 = 0$

বা $x = \sqrt{\frac{a}{b}}$

আমি জানো যে g শূন্য হ'লে x অৰ যি মান সেয়াই হ'ল গতিৰ বিস্তাৰ, যদিহে x = 0.

$\therefore$ বিস্তাৰ $= \sqrt{\frac{a}{b}}$



অগ্রগতি নিৰীক্ষণ

প্রশ্ন নং ১ঃ এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত চলাচল কৰে আৰু মূল বিন্দুৰ পৰা x দূৰত্বত ইয়াৰ বেগ $\lambda\sqrt{a^2 - x^2}$. প্রমাণ কৰক যে গতিটো সৰল পর্যাবৃত্ত।

প্রশ্ন নং ২ঃ সৰল ৰেখাত গতি কৰা এটা কণিকাৰ যিকোনো সময়ত বেগ এনেদৰে দিয়া আছে $v^2 = \lambda^2(-x^2 + 10ax - 16a^2)$, য'ত a আৰু λ হ'ল ধনাত্মক ধ্রুৱক। প্রমাণ কৰক যে গতিটো সৰল পর্যাবৃত্ত।

প্রশ্ন নং ৩ঃ এটা কণিকাই এডাল সৰল ৰেখাত সৰল পর্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। 3 ক্রমিক ছেকেণ্ডৰ অন্তত, মাধ্য অৱস্থানৰ পৰা কণিকাটোৰ দূৰত্ব (একে দিশত) ক্রমে a, b আৰু c। প্রমাণ কৰক যে সম্পূর্ণ দোলনৰ কাল

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\frac{a+c}{2b}}$$

প্রশ্ন নং ৪ঃ সৰল পর্যাবৃত্ত গতিত যিকোনো মুহূর্তত বেগ আৰু ত্বৰণ ক্রমে V আৰু f হ'লে আৰু T পর্যায় কাল হ'লে, প্রমাণ কৰক যে $f^2T^2 + 4n^2V^2$ এটা ধ্রুৱক।

প্রশ্ন নং ৫ঃ এডাল সৰল ৰেখাত সৰল পর্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ কেন্দ্রৰ পৰা x_1, x_2 দূৰত্বত বেগ ক্রমে v_1, v_2 । প্রমাণ কৰক যে পর্যায় কাল $2\pi\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}$ আৰু বিস্তাৰ হ'ল $\sqrt{\frac{v_2^2 x_1^2 - v_1^2 x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$

প্রশ্ন নং ৬ঃ দোলন কেন্দ্রৰ পৰা কিমান দূৰত্বত সৰল পর্যাবৃত্ত গতিৰ বেগ, সর্বোচ্চৰ আধা হ'ব?

প্রশ্ন নং ৭ঃ এটা কণিকাই সৰল পর্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। প্রমাণ কৰক যে সর্বোচ্চ বিস্থাপনৰ অৱস্থানৰ পৰা বিস্থাপন বিস্তাৰৰ আধা হোৱালৈকে— কণিকাটোৱে পর্যায় কালৰ এক-ষষ্ঠাংশ সময় লয়।

প্রশ্ন নং ৮ঃ OAB সৰল ৰেখাত সৰল পর্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা এটা বস্তুৰ A আৰু B

বিন্দুত বেগ শূন্য আৰু A, B বিন্দুৰ Oৰ পৰা দূৰত্ব ক্ৰমে a, b, আৰু ইয়াৰ মাজত ইয়াৰ বেগ ν । প্ৰমাণ কৰক যে সম্পূৰ্ণ পৰ্যায় কাল হ'ল $\frac{\pi(b-a)}{\nu}$.

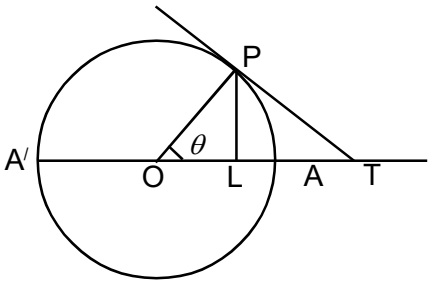
প্ৰশ্ন নং ৯ঃ এডাল সৰল ৰেখাত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ দুটা অৱস্থানত বেগ ক্ৰমে ν_1, ν_2 আৰু ত্বৰণ ক্ৰমে f_1, f_2 । যদি অৱস্থান দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব d, প্ৰমাণ কৰক যে $d = \frac{\nu_1^2 \sim \nu_2^2}{f_1 + f_2}$.

প্ৰশ্ন নং ১০ঃ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা এটা কণিকাৰ দোলন কেন্দ্ৰৰ পৰা 3m দূৰত্বত বেগ 8m/s, আৰু দোলন কেন্দ্ৰৰ পৰা 4m দূৰত্বত বেগ 6m/s। সৰ্বোচ্চ বেগ আৰু পৰ্যায় কাল নিৰ্ণয় কৰক।

৪.৩.১ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা

যদি এটা কণিকাই ধ্ৰুৱক কৌণিক বেগেৰে এটা বৃত্ত গঠন কৰে, তেনেহ'লে কণিকাটোৰ পৰা টনা লম্বৰ পাদ বিন্দুৱে ব্যাসত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। ইয়াক সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা বুলি কোৱা হয়।

ধৰা হ'ল P কণিকাটোৱে ধ্ৰুৱক কৌণিক বেগ W এৰে কেন্দ্ৰ O ৰ চাৰিওপিনে এটা বৃত্ত গঠন কৰে।



চিত্ৰ ৪.২

ধৰা হ'ল P ৰ পৰা স্থিৰ ব্যাস A/OA ৰ ওপৰত টনা লম্বৰ L পাদ বিন্দু।

যেতিয়া P কণিকাটো Aত থাকে, L ও Aত থাকে। যেতিয়া Pয়ে A ৰ পৰা A/ অভিমুখে বৃত্তটোৰে গতি কৰে, L এ AOA/ ব্যাসাৰে A ৰ পৰা A/ অভিমুখে গতি কৰে। শেহত P গৈ যেতিয়া A/ পায়, L ও A/ পায়। আকৌ যেতিয়া P এ A/ অৰ পৰা A অভিমুখে বৃত্তটোৰে গতি আৰম্ভ কৰে, Lএ A/OA ব্যাসেৰে A/ অৰ পৰা A লৈ গতি আৰম্ভ কৰে। অৰ্থাৎ P কণিকাটো A ৰ পৰা A/অলৈ আৰু পুনৰ A/অৰ পৰা A লৈ দুলি থাকে।

ধৰা হ'ল বৃত্তটোৰ ব্যাসার্ধ a। O ক মূল বিন্দু আৰু A/OAক x-অক্ষ হিচাপে লোৱা হ'ল। ধৰা হ'ল P বিন্দুৰ স্থানাংক (x, y)।

$$\therefore\ x = a\cos\theta$$

এতিয়া PO অভিলম্বেৰে O অভিমুখে Pৰ একমাত্র ত্বৰণ $\omega^2 a$.

OA ৰ দিশত এই ত্বৰণৰ উপাংশ হ'ব

$\omega^2 a\cos\theta = \omega^2 x$, O অভিমুখে।

অর্থাৎ L বিন্দুটোৰ গতিৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -w^2 x\ ,$$

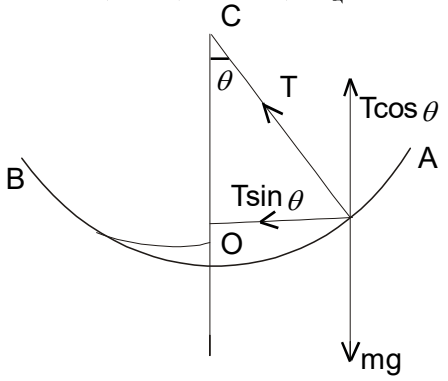
স্পষ্টতঃ ই হ'ল সৰল পর্যাবৃত্ত গতি।

স্পষ্টতঃ, পর্যায় কাল $= \frac{2\pi}{\sqrt{w^2}} = \frac{2\pi}{w}$.

৪.৩.২ সৰল দোলকৰ গতি

এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা এডাল পাতল অবিস্তার্য ষ্ট্রিঙেৰে ওলোমাই ৰখা আৰু এখন উলম্ব সমতলত দুলিবলৈ দিয়া এটা গধুৰ ক্ষুদ্র কণিকাক সৰল দোলক (simple pendulum) বুলি কোৱা হয়। ক্ষুদ্র দোলনৰ বাবে গতি প্রায় ৰৈখিক।

ধৰা হ'ল স্থিৰ বিন্দুটো C। Cৰ পৰা এডাল পাতল অবিস্তার্য ষ্ট্রিঙেৰে এটা গধুৰ ক্ষুদ্র কণিকা ওলোমাই ৰখা হ'ল। ধৰা হ'ল ষ্ট্রিংডালৰ দৈর্ঘ l.



চিত্র ৪.৩

ধৰা হ'ল কণিকাটোৰ ভৰ m।

ধৰা হ'ল যিকোনো সময় t ত কণিকাটোৰ অৱস্থান P। যেতিয়া কণিকাটো P বিন্দুত থাকে, ধৰা হ'ল ষ্ট্রিংডালে উলম্বৰ লগত θ কোণ কৰে, য'ত θ এটা অতি ক্ষুদ্র কোণ।

ধৰা হ'ল মাধ্য অৱস্থান Oৰ পৰা কণিকাটোৰ আনুভূমিক বিস্থাপন PO

(বিস্থাপন, আনুভূমিক বুলি ধৰা হৈছে)। ধৰা হ'ল OP = x.

ধৰা হ'ল ষ্ট্রিংডালৰ টান (tension) T.

আনুভূমিক আৰু উলম্বভাৱে বিভেদন কৰি, আমি পাওঁ

$$T\cos\theta = mg \qquad (1)$$

$$-T\sin\theta = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2)$$

যিহেতু θ অতি ক্ষুদ্ৰ, $\therefore \cos\theta = 1$ (লোৱা হ'ল)

$\therefore$ (1)অৰ পৰা, T = mg

$\therefore$ (2)ৰ পৰা $-mg\sin\theta = m\frac{d^2x}{dt^2}$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = -g\sin\theta \qquad (3)$

এতিয়া COP সমকোণী ত্রিভুজৰ পৰা

$$\sin\theta = \frac{OP}{CP} = \frac{x}{l}$$

$\therefore$ (3)ৰ পৰা, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{l}x \qquad (4)$

সমীকৰণ (4) অৰ পৰা আমি পালোঁ যে ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক আৰু ই O অভিমুখী। গতিকে, কণিকাটোৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত।

$$\text{পৰ্যায় কাল} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



৬.৪ অধ্যয়টিৰ পৰা আমি কি শিকিলোঁ

- যদি এটা কণিকাই এডাল ৰেখাত এনেদৰে গতি কৰে যাতে ইয়াৰ ত্বৰণ সদায় ৰেখাডালৰ ওপৰৰ যিকোনো স্থিৰ বিন্দু অভিমুখী হয় আৰু বিন্দুটোৰ পৰা দূৰত্ব সমানুপাতিক হয়, তেনেহ'লে কণিকাটোৱে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি (Simple Harmonic Motion সংক্ষেপে S.H.M.) কৰে বুলি কোৱা হয়।
- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা চলমান কণিকা এটাৰ যিকোনো দূৰত্ব x অত বেগ $-\sqrt{\mu}\sqrt{a^2-x^2}$.

- সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰা চলমান কণিকা এটাৰ যিকোনো সময় t ত স্থিৰ বিন্দুটোৰ পৰা দূৰত্ব $a\cos\sqrt{\mu}\,t$.
- দোলন কেন্দ্ৰ দুয়োফালে কণিকাটোৱে অতিক্ৰম কৰা সৰ্বোচ্চ বিস্থাপনক বিস্তাৰ বোলে।
- এক সম্পূৰ্ণ দোলনৰ বাবে যি সময়ৰ প্ৰয়োজন তাক পৰ্যায় কাল বা সম্পূৰ্ণ দোলনৰ কাল বোলে। পৰ্যায় কাল হ'ল $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$, আৰু ই বিস্তাৰ a ৰহিত।
- প্ৰতি একক সময়ত সম্পূৰ্ণ দোলনৰ সংখ্যাক দোলনৰ কম্পনাংক বোলা হয়।
- যদি এটা কণিকাই ধ্ৰুৱক কৌণিক বেগেৰে এটা বৃত্ত গঠন কৰে, তেনেহ'লে কণিকাটোৰ পৰা টনা লম্বৰ পাদ বিন্দুৰে ব্যাসত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিৰ জ্যামিতীয় ব্যাখ্যা বুলি কোৱা হয়।
- এটা সৰল দোলকৰ গতি সৰল পৰ্যাবৃত্ত আৰু ইয়াৰ পৰ্যায় কাল $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, য'ত l হ'ল দোলকৰ দৈৰ্ঘ আৰু g মাধ্যাকৰ্ষণিক ত্বৰণ।



৬.৫ অধিক জানিবলৈ

1) Statics and Dynamics with Background Mathematics, Adrian Roberts, Cambridge University Press.
2) Enginering Machanics : Statics and Dynamics by R. G. Hibbeler and Ashok Gupta.
3) Engineering Mechanics : Statics and Dynamics by S. Rajasekarn and G.Sankara subramanian. Vikas Publishing House Pvt. Ltd.



৬.৬ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ান

১ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $v=\lambda\sqrt{a^2-x^2}$

বা $v^2=\lambda^2\sqrt{a^2-x^2}$

উভয় পক্ষক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$2v = \frac{dv}{dx} = \lambda^2(0-2x)$$

বা $v = \frac{dv}{dx} = -\lambda^2 x$

বা $\frac{d^2x}{dt^2} = -\lambda^2 x$ (1)

(1)অৰ পৰা আমি দেখিলোঁ যে ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক আৰু ই স্থিৰ বিন্দুটো অভিমুখী। গতিকে, কণিকাটোৰ গতি সৰল পর্যাবৃত্ত।

২ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $v^2 = \lambda^2(-x^2+10ax-16a^2)$

উভয় পক্ষক x সাপেক্ষে অৱকলন কৰি আমি পাওঁ

$$2v\frac{dv}{dx} = \lambda^2(-2x+10a)$$

বা, $v\frac{dv}{dx} = -\lambda^2(x-5a)$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\lambda^2(x-5a)$

x – 5a = y ধৰি আমি পাওঁ

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\lambda^2 y \qquad (1)$$

(1)অৰ পৰা আমি দেখিলোঁ যে ত্বৰণ, দূৰত্বৰ সমানুপাতিক আৰু ই স্থিৰ বিন্দুটো অভিমুখী। গতিকে, কণিকাটোৰ গতি সৰল পর্যাবৃত্ত।

৩ নং প্রশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $x = a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (1)

প্রশ্নৰ চর্ত বিবেচনা কৰি আমি পাওঁ

$a = a\cos\sqrt{\mu}\,t$ (2)

$b = a\cos\sqrt{\mu}\,(t+1)$ (3)

$c = a\cos\sqrt{\mu}\,(t+2)$ (4)

(2) আৰু (4) যোগ কৰি আমি পাওঁ

$$a+c = a[\cos\sqrt{\mu}\,t + \cos\sqrt{\mu}\,(t+2)]$$

$$= 2a\cos\frac{\sqrt{\mu}\,(t+2)+\sqrt{\mu}\,t}{2}\cos\frac{\sqrt{\mu}\,(t+2)-\sqrt{\mu}\,t}{2}$$

$$= 2a\cos\sqrt{\mu}\,(t+1)\cos\sqrt{\mu}$$

$= 2b\cos\sqrt{\mu}$, (3)ৰ পৰা

$$\therefore \cos\sqrt{\mu} = \frac{a+c}{2b}$$

বা, $\sqrt{\mu} = \cos^{-1}\frac{a+c}{2b}$

$\therefore$ পৰ্যায় কাল $= \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{\cos^{-1}\frac{a+c}{2b}}$

৪ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $V = -\sqrt{\mu}\sqrt{a^2 - x^2}$

বা, $V^2 = \mu\left(a^2 - x^2\right)$ (1)

$f = -\mu x$

বা, $f^2 = \mu^2 x^2$

$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

বা $T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu}$

এতিয়া $f^2T^2 + 4\pi^2 v^2$

$= \mu^2x^2.\frac{4\pi^2}{\mu} + 4\pi^2\mu\left(a^2 - x^2\right)$

$= 4\pi^2\mu x^2 + 4\pi^2\mu a^2 - 4\pi^2\mu x^2$

$= 4\pi^2\mu a^2$ এইটো এটা ধ্ৰুৱক।

৫ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $v_1{}^2 = \mu\left(a^2 - x_1{}^2\right)$ (1)

$v_2{}^2 = \mu\left(a^2 - x_2{}^2\right)$ (2)

$\therefore v_2{}^2 - v_1{}^2 = \mu\left(a^2 - x_2{}^2\right) - \mu\left(a^2 - x_1{}^2\right)$

$= \mu\left(x_1{}^2 - x_2{}^2\right)$

$\therefore \mu = \frac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{x_1{}^2 - x_1{}^2}$

$\therefore$ পৰ্যায় কাল $= \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_1{}^2 - x_2{}^2}{v_2{}^2 - v_1{}^2}}$

দ্বিতীয় অংশ (1)অক $x_2{}^2$ এৰে আৰু (2)ক $x_1{}^2$ এৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ

$v_1{}^2x_2{}^2 = \mu a^2 x_2{}^2 - \mu x_1{}^2x_2{}^2$ (3)

$v_2{}^2x_1{}^2 = \mu a^2 x_1{}^2 - \mu x_2{}^2x_1$ (4)

(4) অৰ পৰা (3) বিয়োগ কৰি আমি পাওঁ

$$\mu a^2\left(x_1^{\,2}-x_2^{\,2}\right)=\nu_2^{\,2}x_1^{\,2}-\nu_1^{\,2}x_2^{\,2}$$

বা, $a^2=\dfrac{\nu_2^{\,2}x_1^{\,2}-\nu_1^{\,2}x_2^{\,2}}{\mu\left(x_1^{\,2}-x_2^{\,2}\right)}$

বা, $a=\dfrac{\sqrt{\nu_2^{\,2}x_1^{\,2}-\nu_1^{\,2}x_2^{\,2}}}{\sqrt{\mu}\ \sqrt{x_1^{\,2}-x_2^{\,2}}}$

$$=\frac{\sqrt{\nu_2^{\,2}x_1^{\,2}-\nu_1^{\,2}x_2^{\,2}}}{\sqrt{x_1^{\,2}-x_2^{\,2}}}\cdot\frac{\sqrt{x_1^{\,2}-x_2^{\,2}}}{\sqrt{\nu_2^{\,2}-\nu_1^{\,2}}}$$ অৰ পৰা

$$=\frac{\sqrt{\nu_2^{\,2}x_1^{\,2}-\nu_1^{\,2}x_2^{\,2}}}{\sqrt{\nu_2^{\,2}-\nu_1^{\,2}}}$$

৬ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $v=\sqrt{\mu}\sqrt{a^2-x^2}$

প্ৰশ্নৰ চৰ্তানুযায়ী,

$\nu=\dfrac{1}{2}$ (সৰ্বোচ্চ বেগ)

বা, $\sqrt{\mu}\sqrt{a^2-x^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\mu}\ a$

বা, $\sqrt{a^2-x^2}=\dfrac{1}{2}a$

বা, $a^2-x^2=\dfrac{a^2}{4}$

বা, $x^2=a^2-\dfrac{a^2}{4}$

বা, $x^2=\dfrac{3a^2}{4}$

$\therefore x=\dfrac{\sqrt{3}\,a}{2}$

৭ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $x=a\cos\sqrt{\mu}\,t$

প্ৰশ্নৰ চৰ্তানুযায়ী $x=\dfrac{1}{2}a$

বা, $a\cos\sqrt{\mu}\,t=\dfrac{1}{2}a$

বা, $\cos\sqrt{\mu}\,t=\frac{1}{2}$

বা, $\sqrt{\mu}\,t=\frac{\pi}{3}$

বা, $t=\frac{\pi}{3\sqrt{\mu}}$

$\therefore t=\frac{1}{6}.\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}=\frac{1}{6}$ (পৰ্যায় কাল)

৮ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে A ত বেগ = 0

B ত বেগ = 0

$\therefore$ A আৰু B হ'ল তাৎক্ষণিক স্থিৰাৱস্থাৰ অৱস্থান

এতিয়া AB = OB – OA

= b – a

$\therefore$ বিস্তাৰ $=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}(b-a)$

ধৰা হ'ল $\frac{1}{2}(b-a)=\alpha$

দিয়া আছে $V^2=\mu\left(\alpha^2-x^2\right)$

যেতিয়া x = 0, $V=v$

$\therefore v^2=\mu\alpha^2=\frac{\mu}{4}(b-a)^2$

$\therefore \mu=\frac{4v^2}{(b-a)^2}$, or $\sqrt{\mu}=\frac{2v}{b-a}$

$\therefore$ পৰ্যায় কাল $=\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}=\frac{2\pi(b-a)}{2v}$

$=\frac{\pi(b-a)}{v}$

৯ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $\frac{d^2x}{dt^2}=-\mu x$

আৰু $v^2=\mu\left(\alpha^2-x^2\right)$

ধৰা হ'ল, দোলন কেন্দ্ৰৰ পৰা অৱস্থান দুটাৰ দূৰত্ব ক্ৰমে x_1, x_2। ধৰা হ'ল $x_2 > x_1$

$\therefore f_1=-\mu x_1,\ f_2=-\mu x_2$ (1)

$v_1^{\,2}=\mu\left(\alpha^2-x_1^{\,2}\right),\ \vartheta_2^{\,2}=\mu\left(a^2-x_2^{\,2}\right)$ (2)

$$\therefore \nu_1^2 - \nu_2^2 = \mu\left(a^2 - x_1^2\right) - \mu\left(a^2 - x_2^2\right)$$
$$= \mu\left(a^2 - x_1^2 - a^2 - x_2^2\right)$$
$$= \mu\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$
$$= \mu\left(x_2 - x_1\right)\left(x_2 + x_1\right)$$
$$= \mu d\left(x_2 + x_1\right) \qquad (3)$$

(1)অৰ পৰা, $f_1 + f_2 = -\mu\left(x_1 + x_2\right)$

বা, $\mu = -\dfrac{f_1 + f_2}{x_1 + x_2}$ (4)

(3) আৰু (4)অৰ পৰা,

$$\nu_1^2 - \nu_2^2 = -\frac{f_1 + f_2}{x_1 + x_2} d\left(x_1 + x_2\right)$$

বা, $d = -\dfrac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{f_1 + f_2}$

যদি আমি $x_1 > x_2$ বুলি ধৰোঁ, $d = \dfrac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{f_1 + f_2}$

অৰ্থাৎ, $d = \dfrac{\nu_1^2 \sim \nu_2^2}{f_1 + f_2}$

১০ নং প্ৰশ্নৰ উত্তৰঃ দিয়া আছে $\nu^2 = \mu\left(a^2 - x^2\right)$ (1)

যেতিয়া x = 3, ν = 8

$\therefore$ (1)অৰ পৰা, $64 = \mu\left(a^2 - 9\right)$ (2)

যেতিয়া x = 4, $\nu = 6$

$\therefore$ (1)অৰ পৰা, $36 = \mu\left(a^2 - 16\right)$ (3)

(3)ক (2)ৰে হৰণ কৰি আমি পাওঁ,

$$\frac{36}{64} = \frac{a^2 - 16}{a^2 - 9}$$

বা, $\dfrac{9}{16} = \dfrac{a^2 - 16}{a^2 - 9}$

বা, $16a^2 - 256 = 9a^2 - 81$

বা, $7a^2 = 175$

বা, $7a^2 = 175$

বা, $a^2 = 25$

বা, a = 5.

$\therefore$ (2)ৰ পৰা, $64 = \mu(25-9)$

বা, $16\mu = 64$

$\therefore \mu = 4$

$\therefore$ সৰ্বোচ্চ বেগ $= \sqrt{\mu}\, a$

= 2 x 5 m/s = 10 m/s

পৰ্যায় কাল $= \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} = \frac{2\pi}{2} = \pi$



৬.৭ আৰ্হি প্ৰশ্ন

প্ৰশ্ন ১ঃ এটা কণিকাই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। দোলন কেন্দ্ৰৰ পৰা ক্ৰমে 6m আৰু 8m দূৰত্বত বেগ 10m/sec আৰু 8m/sec। গতিৰ পৰ্যায় কাল আৰু বিস্তাৰ নিৰ্ণয় কৰক।

প্ৰশ্ন ২ঃ এটা কণিকাই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে আৰু ইয়াৰ বিস্তাৰ a আৰু পৰ্যায় কাল T. প্ৰমাণ কৰক যে কণিকাটোৰ সৰ্বোচ্চ বেগ $\frac{2\pi a}{T}$.

প্ৰশ্ন ৩ঃ এটা কণিকাই এডাল সৰল ৰেখাত সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। দোলন কেন্দ্ৰৰ পৰা x_1, x_2, x_3 দূৰত্বত বেগ ক্ৰমে ν_1, ν_2, ν_3। প্ৰমাণ কৰক যে

$$x_1^2(\nu_2^2 - \nu_3^2) + x_2^2(\nu_3^2 - \nu_1^2) + x_3^2(\nu_1^2 - \nu_2^2) = 0$$

প্ৰশ্ন ৪ঃ এটা কণিকাই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। t = 0 অত $x = x_0$ আৰু $\nu = \nu_0$ হ'লে প্ৰমাণ কৰক যে বিস্তাৰ $\left(x_0^2 + \frac{\nu_0^2}{n^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

প্ৰশ্ন ৫ঃ এটা কণিকাই সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত চলাচল কৰে। এটা স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা (দোলন কেন্দ্ৰ নহয়) a, b, c দূৰত্বত বেগ ক্ৰমে u, v, w হ'লে, প্ৰমাণ কৰক যে পৰ্যায় কাল T তলৰ সম্বন্ধটোৰে দিয়া আছে

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ u^2 & v^2 & w^2 \end{vmatrix}.$$

*** ***** ***